حمل الآن



المراجعة رقم (1)

اختبار شهر مارس



نموذج 1

الدرجة الكلية 18

1 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة : (15 درجة)

(1) $\int \frac{س^2 + 3 س}{س} \, ء س =$ .... + ث

(أ) $\frac{1}{2} س^2 + 3 س$ (ب) س + 3

(جـ) $س^2 + 3 س$ (د) $\frac{س^3 + 3 س^2}{س^2}$

(2) عدد طرق جلوس 4 طلاب على 4 مقاعد فى صف يساوى ....

(أ) 4 + 4 (ب) 4 × 4

(جـ) 4 × 3 × 2 × 1 (د) 1

(3) $\int$ قا س (قا س − طا س) ء س = ... + ث

(أ) طا س + قا س (ب) طا س − قا س (جـ) طتا س − قتا س (د) طتا س + قتا س

(4) إذا كانت : ص = طا س فإن : $\frac{ء ص}{ء س} =$ ....

(أ) 1 + ص (ب) 1 − ص (جـ) $1 + ص^2$ (د) $1 - ص^2$

(5) إذا كان : $\underline{|ن + 1}$ = 30 $\underline{|ن - 1}$ فإن : ن = ...

(أ) 5 (ب) 6 (جـ) 29 (د) 30

(6) إذا كانت : هـ ∈ $]0 ، \frac{\pi}{2}[$ ، جا هـ = $\frac{3}{5}$ فإن : طا 2 هـ = ...

(أ) $\frac{15}{8}$ (ب) $\frac{24}{17}$ (جـ) $\frac{3}{4}$ (د) $\frac{24}{7}$

(7) ميل المماس للمنحنى ص = 3 $س^2$ + 2 س + 1 عند س = 2 يساوى ....

(أ) 5 (ب) 8 (جـ) 14 (د) 17

(8) إذا كانت ص = 3 $س^5$ + 4 طتا س فإن $\frac{ء ص}{ء س} =$ ....

(أ) 15 $س^4$ + 4 $قا^2$ س (ب) 15 $س^4$ + 4 $قتا^2$ س

(جـ) 15 $س^4$ − 4 $قا^2$ س (د) 15 $س^4$ − 4 $قتا^2$ س

(٩) مجموعة حل المعادلة : $\frac{\underline{|س}}{١٠} = {}^{س-١}ل_{س-٢}$ هى ....

(أ) {٥} (ب) {٦} (جـ) {٧} (د) {٨}

(١٠) المشتقة الأولى للدالة : ص = $(٦ س^{٣} + ٣ س + ١٠)^{١٠}$ عند س = −١

تساوى ....

(أ) −١٥٠ (ب) −٥٠ (جـ) ٥٠ (د) ٢١٠

(١١) إذا كان : $\underline{|٧} = {}^{٧}ل_{س}$ فإن : س = ...

(أ) ٦ أ، ٧ (ب) ٧ (جـ) ١ أ، صفر (د) ٥٠٤٠

(١٢) إذا كان : $(ن^{٢} + ٩ ن + ٢٠) = \frac{\underline{|ن + ٥}}{س}$ فإن : س = ...

(أ) ن + ٣ (ب) $\underline{|ن + ٣}$ (جـ) ن + ٤ (د) ${}^{ن+٥}ل_{٢}$

---

٢ أجب عن السؤالين الآتيين :

(١) كم عددًا زوجيًا مكونًا من ٣ أرقام مختلفة يمكن تكوينه من

مجموعة الأرقام {٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٧} ؟ ($١\frac{١}{٢}$ درجة)

(٢) أوجد مجموعة حل المعادلة : $جتا س - ٢ جا^{٢} \frac{١}{٢} س = ٠$ حيث $٠° < س < ٣٦٠°$

($١\frac{١}{٢}$ درجة)

الدرجة الكلية

١٨

نموذج ٢

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة : (١٥ درجة)

① ميل المماس للمنحنى ص = جا ٢ س عند س = $\frac{\pi}{٢}$ يساوى ....

(أ) ١ (ب) صفر (جـ) −١ (د) −٢

② إذا كانت : جتا ٢ أ = $\frac{٧}{٢٥}$ فإن : جا أ = ... حيث أ ∈]٠ ، $\frac{\pi}{٢}$[

(أ) $\frac{١٦}{٢٥}$ (ب) $\frac{٣}{٥}$ (جـ) $\frac{٤}{٥}$ (د) $\frac{٥}{٤}$

③ $^{ن+١}ل_{ر+١}$ = ... × $^{ن}ل_{ر}$

(أ) ن − ١ (ب) ن (جـ) ن + ١ (د) ن + ٢

④ $\int \frac{جتا س}{١ - جتا^٢ س}$ ء س = ... + ث

(أ) قتا س (ب) − قتا س (جـ) ظتا س (د) − ظتا س

⑤ إذا كانت : ص = (ع + ١)^٢ ، ع = س^٥ − ١ فإن : $\frac{ءص}{ءس}$ = ...

(أ) س^{١٠} (ب) س^٨ (جـ) ١٥ س^{١٤} (د) ٨ س^٧

⑥ مجموعة الحل فى ح للمعادلة : |س = ١ هى ....

(أ) {١} (ب) {صفر} (جـ) {٠ ، ١} (د) {١ ، −١}

⑦ قياس الزاوية الموجبة التى يصنعها المماس لمنحنى الدالة د حيث د (س) = $\frac{س + ٢}{س - ٢}$
مع الاتجاه الموجب لمحور السينات عند النقطة (٠ ، −١) تساوى ....

(أ) ٤٥° (ب) ٦٧ $\frac{١}{٢}$° (جـ) ١٣٥° (د) ١٥٠°

⑧ عدد طرق جلوس ٥ طلاب على ٧ مقاعد فى صف واحد يساوى ....

(أ) |٧ (ب) |٥ (جـ) $^٧ل_٥$ (د) $^٧ق_٥$

⑨ $\int$ (٢ س + ١)$^{-٤}$ ء س = ... + ث

(أ) (٢ س + ١)$^{-٣}$ (ب) (٢ س + ١)^٥

(جـ) $\frac{-١}{٦}$ (٢ س + ١)$^{-٣}$ (د) −٨ س^٢

(١٠) إذا كانت ص = ٦ + قا س فإن $\frac{ءص}{ءس}$ = ...

(أ) $طا^2$ س (ب) قا س طا س (جـ) قتا س طتا س (د) - $قا^2$ س

(١١) $\frac{^7ل_ر}{^7ل_{ر-1}}$ = ...

(أ) ر (ب) ر - ١ (جـ) ٧ - ر (د) ٨ - ر

(١٢) إذا كان : $\frac{1}{\underline{|9}} + \frac{1}{\underline{|10}} = \frac{س}{\underline{|11}}$ فإن : س = ...

(أ) ١ (ب) ١١ (جـ) ١٢١ (د) ١٣٢

---

٢ أجب عن السؤالين الآتيين :

(١) إذا كان $^{ن-1}ل_3 : {}^{ن+1}ل_3 = 5 : 12$ فأوجد قيمة : $\underline{|ن - 3}$ ($1\frac{1}{2}$ درجة)

(٢) أوجد معادلة العمودى على المنحنى ص = طا $(\pi - \frac{3}{4}$ س$)$

عند النقطة $(\pi ، 1)$ ($1\frac{1}{2}$ درجة)

ثانيًا نماذج اختبارات شهر أبريل



الدرجة ١٢

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة : **(٩ درجات)**

(١) إذا تحرك جسم على مستوى مائل أملس تحت تأثير وزنه فقط فإن عجلته تتوقف على ....

(أ) كتلته. (ب) وزنه.

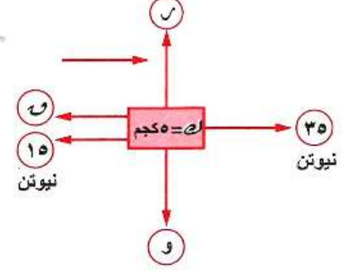
(جـ) زاوية ميل المستوى. (د) رد فعل المستوى.

(٢) كمية حركة رصاصة كتلتها ١٠٠ جم تتحرك بسرعة ٢٤٠ م/ث تساوى ....

(أ) ٢٤ × $١٠^{-٣}$ جم.م/ث. (ب) ٢٤ كجم.م/ث.

(جـ) ٢٤ × $١٠^{٤}$ جم.م/ث. (د) ٢٤ × $١٠^{٣}$ كجم.م/ث.

(٣) فى الشكل المقابل :

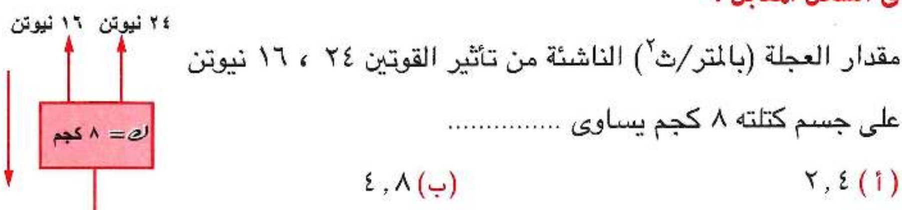


إذا كان الجسم كتلته ٥ كجم ويتحرك بعجلة منتظمة مقدارها ٢ م/$ث^{٢}$ فإن : ق = ... نيوتن.

(أ) ١٠ (ب) ١٢

(جـ) ١٥ (د) ١٨

(٤) فى الشكل المقابل :



مقدار العجلة (بالمتر/$ث^{٢}$) الناشئة من تأثير القوتين ٢٤ ، ١٦ نيوتن على جسم كتلته ٨ كجم يساوى ....

(أ) ٢,٤ (ب) ٤,٨

(جـ) ٦,٤ (د) ٩,٦

(٥) ١٤٧ نيوتن = ... ث.كجم.

(أ) ٠,١٥ (ب) ١٥ (جـ) ١٤٧ (د) ١٤٤٠,٦

(٦) جندى مظلات يهبط رأسيًا وكان مقدار مقاومة الهواء لحركته يتناسب طرديًا مع مربع مقدار سرعته وكانت $ع_١$ سرعته عندما كان مقدار مقاومة الهواء له تعادل $\frac{٩}{٢٥}$ من وزنه ، $ع_٢$ أقصى سرعة هبوط للجندى. فإن $ع_١$: $ع_٢$ = ...

(أ) ٩ : ٢٥ (ب) ٢٥ : ٩ (جـ) ٣ : ٥ (د) ٥ : ٣

---

٢ أجب عن الأسئلة الآتية :

(أ) فصلت العربة الأخيرة من قطار سكة حديد وكتلتها ٢٤,٥ طنًا ، عندما كانت سرعتها ٥٤ كم/س ، فتحركت بتقصير منتظم وتوقفت بعد ١٢٥ مترًا ، أوجد مقدار المقاومة التى أثرت على العربة المنفصلة بثقل الكيلوجرام. (١,٥ درجة)

(ب) جسم كتلته ٢ كجم موضوع على مستوى مائل خشن ، يميل على الأفقى بزاوية قياسها °٣٠ ، أثرت عليه قوة أفقية مقدارها ٢٠ نيوتن نحو المستوى ، فتحرك الجسم بسرعة منتظمة ، أوجد معامل الاحتكاك الحركى بين الجسم والمستوى.
(١,٥ درجة)





١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة : (٩ درجات)

(١) إذا وضع جسم كتلته ك على قمة مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها θ ومعامل الاحتكاك الحركة بين المستوى والجسم هو $م_ك$ فإذا تحرك الجسم تحت تأثير وزنه فقط فإن عجلة الحركة = ...

(أ) ء جا θ (ب) ء جتا θ

(جـ) ء ($م_ك$ جا θ − جتا θ) (د) ء (جا θ − $م_ك$ جتا θ)

(٢) جسم كتلته ٥٠٠ جم يسقط من ارتفاع ٤,٩ أمتار عن سطح الأرض فإن مقدار كمية حركة الجسم لحظة وصوله للأرض ....

(أ) ٢,٤٥ كجم.م/ث. (ب) ٤,٩ كجم.م/ث.

(جـ) ٢٤٥٠ كجم.م/ث. (د) ٤٩٠٠ كجم.م/ث.

(٣) $\frac{١}{٧}$ ث.جم = ... داين.

(أ) ١,٤ (ب) ١٤ (جـ) ١٤٠ (د) ١٤٠٠

(٤) طائرة عمودية وزنها ٣٥٠٠ ث.كجم. ومقدار قوة محركها ٩٠٠٠ ث.كجم. ، فإذا تغيرت سرعتها من ٢١ م/ث إلى ٧ م/ث عندما صعدت رأسيًا لأعلى مسافة ٥٠ مترًا ، فإن مقاومة الهواء لحركتها = ... ث.كجم.

(أ) ٦٧٦٢٠ (ب) ٤٨٠٢٠ (جـ) ٦٩٠٠ (د) ٦٧٦٢

(٥) يتحرك جسم وزنه و على مستوى أفقى بسرعة منتظمة ضد مقاومة مقدارها $م_١$ تحت تأثير قوة أفقية $\overleftarrow{ق}$ ويتحرك نفس الجسم على مستوى مائل يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° بسرعة منتظمة ضد مقاومة مقدارها $م_٢$ ، تحت تأثير نفس القوة $\overleftarrow{ق}$ فإن : $م_١ - م_٢ =$ ....

(أ) و (ب) $\frac{١}{٤}$ و

(جـ) $\frac{١}{٢}$ و (د) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ و

(٦) يتحرك منطاد رأسيًا لأسفل ضد مقاومة مقدارها يتناسب مع مربع مقدار سرعته وكانت أقصى سرعة يتحرك بها هى ع م/ث ، فإذا تحرك المنطاد ضد مقاومة مقدارها $\frac{١٦}{٤٩}$ من وزنه تنقص سرعته بمقدار ١,٥ م/ث عن السرعة القصوى ، فإن أقصى سرعة يتحرك بها المنطاد = ... م/ث.

(أ) ٢,٥ (ب) ٣,٥ (جـ) ٦ (د) ٧

---

٢ أجب عن الأسئلة الآتية :

(أ) أطلقت رصاصة كتلتها ٢٤,٥ جرام أفقيًا بسرعة ٦٠ م/ث على حاجز رأسى من الخشب فاخترقته فى فترة زمنية مقدارها $\frac{١}{٦٠}$ من الثانية وفقدت نتيجة لذلك $\frac{٢}{٣}$ مقدار سرعتها أوجد مقدار مقاومة الخشب للرصاصة على فرض أنها ثابتة. **(١,٥ درجة)**

(ب) فى الشكل المقابل :

$\overline{أم}$ نصف قطر رأسى ، $\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ وتران يمثلان طريقين أملسين فى الدائرة حيث أحـ > أب ، انزلقت خرزتان من السكون من نقطة أ إحداهما على الوتر $\overline{أب}$ فوصلت ب بعد زمن $ن_١$ والأخرى على الوتر $\overline{أحـ}$ فوصلت حـ بعد زمن $ن_٢$

أوجد قيمة النسبة $ن_١ : ن_٢$ **(١,٥ درجة)**



كيفية طباعة صفحات معينة من ملف معين

مثلا ازاى نطبع الصفحات من صفحة 4 الى صفحة 9



خطوة 1

خطوة 2
اختيار اسم الطابعة بتاعتك

خطوة 3
كتابة الصفحات المراد طباعتها
نكتب رقم 4 ثم نكتب الشرطة دي – ثم نكتب 9

خطوة 4
اختيار نوع الورق

خطوة 5
اختيار A4

خطوة 6

حمل الآن

مجانا وحصريا

المراجعة رقم (2)

اختبار شهر مارس







الدرس الخامس: المتتابعة الهندسية

ملخص الدرس:

ـ المتتابعة الهندسية :

المتتابعة ($ع_ن$) حيث $ع_ن \neq ٠$ تسمى متتابعة هندسية إذا كان: $\frac{ع_{ن+١}}{ع_ن}$ = مقدار ثابت (لكل $ن \in ص^+$)

ويسمى هذا المقدر الثابت أساس المتتابعة ويرمز له بالرمز ر .

ـ الصورة العامة للمتتابعة الهندسية والحد العام لها :

الصورة العامة للمتتابعة الهندسية هي (أ ، أ ر ، أ $ر^٢$ ،.........................) وحدها العام هو $ع_ن$

حيث $ع_ن = أ ر^{ن-١}$ حيث ن رتبة الحد

ـ الوسط الهندسي لعددين :

إذا كانت س ، ص ، ع ثلاث حدود متتالية من متتابعة هندسية فإن :

١) ص يسمى وسطا هندسا بين س ، ع

٢) $ص^٢ = س \times ع$ أو $ص = \pm\sqrt{س ع}$

ـ العلاقة بين الوسط الحسابي والوسط الهندسي لعددين :

لأي عددين موجبين س ، ص فإن وسطهما الحسابي = $\frac{س + ص}{٢}$ ، وسطهما الهندسي =$\pm\sqrt{س ص}$

ويكون الوسط الحسابي لعددين حقيقين أكبر من أو يساوي وسطهما الهندسي



أمثلة محلولة

مثال (١) :

ايا من المتتابعات التالية تمثل متتابعة هندسية

١) (١ ، ٢ ، ٤ ، ٨، ....)

٢) ($\sqrt{٢}$ ، ٢ ، $\sqrt{٨}$ ، ٤، ....)

٣) (١ ، ٤ ، ٩ ، ١٦، ....)

الحل :

١) (١ ، ٢ ، ٤ ، ٨، ....) تمثل متتابعة هندسية لان ٢ ÷ ١ = ٤ ÷ ٢ = ٨÷٤ = ٢ (مقدار ثابت)

٢) ($\sqrt{٢}$ ، ٢ ، $\sqrt{٨}$ ، ٤، .....) تمثل متتابعة هندسية لان ٢÷ $\sqrt{٢}$ = $\sqrt{٨}$ ÷٢ = ٤÷ $\sqrt{٨}$ = $\sqrt{٢}$ (مقدار ثابت)

٣) (١ ، ٤ ، ٩ ، ١٦، ....) لا تمثل متتابعة هندسية لأن ٤ ÷ ١ ≠ ٩ ÷ ٤

تدريب (١): ايا من المتتابعات التالية تمثل متتابعة هندسية:

١) (١ ، ٢ ، ٣ ، ٤، ....)

٢) ($\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٨}$ ، $\frac{١}{١٦}$ ....)

مثال (٢) :

في المتتابعة الهندسية (٥ ، ٢٥ ، ١٢٥ ، ٦٢٥ ....) أوجد الحد الحادي عشر

الحل :

أ = ٥ ، ر = ٢٥ ÷ ٥ = ٥ ، ن = ١١

$ح_{١١}$ = أ $ر^{١٠}$ = ٥ × $٥^{١٠}$ = $٥^{١١}$



تدريب (٢): في المتتابعة الهندسية (٨ ، ٤ ، ٢ ، ١، ....) أوجد الحد الثامن

مثال (٣) :

أوجد المتتابعة الهندسية التي حدها الثالث = ١٢ ، وحدها الثامن = ٣٨٤

الحل :

نفرض أن المتتابعة الهندسية هي (٩ ، ٩ ر ، ٩ ر^{٢} ، ....)

∴ $ع_{٣}$ = ٩ ر^{٢} = ١٢ ← ١)

، $ع_{٨}$ = ٩ ر^{٧} = ٣٨٤ ← ٢)

بقسم ٢) ÷ ١) ← ر^{٥} = ٣٢ ← ر = ٢

بالتعويض في ١) ← ٩ × ٤ = ١٢ ← ٩ = ٣

∴ المتتابعة الهندسية هي (٣ ، ٦ ، ١٢ ،......................)

تدريب (٣):

أوجد المتتابعة الهندسية التي حدها الأول = ٣ ، وحدها الرابع = ٢٤

مثال (٤) :

اوجد العددين اللذين وسطهما الحسابي ٥ ، ووسطهما الهندسي ٣

الحل :

نفرض أن العددين هما س ، ص

∴ س + ص = ١٠ ← ١)

، س ص = ٩ ← ٢)

من ١) س = ١٠ - ص ← ٣)

بالتعويض من ٣) في ٢)

(١٠ – ص) ص = ٩ ∴ ١٠ ص – ص^{٢} = ٩ ← ص^{٢} - ١٠ ص + ٩ = ٠

∴ ص = ١ أو ص = ٩

← س = ٩ أو س = ١

∴ العددان هما ١ ، ٩



تدريب (٤):

اوجد العددين اللذين وسطهما الحسابي ١٣ ، ووسطهما الهندسي ٥

حلول التدريبات

حل تدريب (١)

١) لا تمثل متتابعة هندسية ٢) تمثل متتابعة هندسية

حل تدريب (٢):

$ع_{٨} = \frac{١}{١٦}$

حل تدريب (٣):

(٣ ، ٦ ، ١٢ ، ٢٤،.........................)

حل تدريب (٤):

العددان هما : ١ ، ٢٥



تمارين على الدرس الخامس

اختر الاجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة

١) المتتابعة الهندسية فيما يلي هي ....

ⓐ (١ ، ٤ ، ٨ ، ١٦،.....................)

ⓑ (٠ ، ١ ، ٢ ،٤ ، ....)

ⓒ (لو س ، لو $س^٢$ ، لو $س^٣$ ، لو $س^٤$ ،................) حيث س ∋ $ح^+$

ⓓ ((لو س) ، $(لو س)^٢$ ، $(لو س)^٣$ ، $(لو س)^٤$ ،...............) حيث س ∋ $ح^+$

٢) متتابعة هندسية حدها الخامس= ٤٨ وحدها السادس= -٩٦ فإن المتتابعة هي ....

ⓐ (٣، ــ ٦ ، ١٢ ، ــ٢٤،.....................)

ⓑ (ــ ٣، ٦ ، ــ ١٢ ، ٢٤،.....................)

ⓒ (ــ ٣، ــ ٦ ، ــ ١٢ ، ــ ٢٤،.....................)

ⓓ (٣، ٦ ، ١٢ ، ٢٤،.....................)

٣) عدد حدود المتتابعة (١٠٢٤ ، ٥١٢ ، ٢١٦ ، ١٢٨،..............................، ١)

ⓐ ١٢

ⓑ ١١

ⓒ ١٠

ⓓ ٩



٤) إذا كان س ، ص ، ع ثلاث أعداد حقيقية موجبة تكون متتابعة هندسية فإن: ....

أ) ٢ ص = س + ع

ب) ص ^٢ > س + ع

ج) ٢ص < √س ع

د) س+ ع > ٢ ص

٥) إذا ادخلت ٦ أوساط هندسية بين $\frac{1}{2}$ ، ٦٤ فإن الوسط الرابع =..................

أ) ٤

ب) ٨

ج) ١٢

د) ١٦

اجابة تمارين الدرس الخامس

١) د ٢) أ ٣) ب ٤) د ٥) ج



الدرس السادس : المتسلسلات الهندسية

ملخص الدرس:

ـ مجموع ن حدا الاولى من متتابعة هندسية :

إذا كانت (٢ ، ٢ ر ، ٢ ر^{٢}، ٢ ر^{٣} ،........، ٢ ر$^{ن-١}$) متتابعة هندسية فإن : مجموع ن حدا الاولى منها

يعطى بالقانون: $جـ_ن = \frac{٢ (١ - ر^{ن})}{١ - ر}$ أو $جـ_ن = \frac{٢ - ل ر}{١ - ر}$: ر ≠ ١

حيث ٢ الحد الأول ، ر اساس المتتابعة ، ن عدد الحدود ، ل الحد الاخير

ـ مجموع عدد لا نهائي من متتابعة هندسية لانهائية:

لأي متتابعة هندسية (٢ ، ٢ ر ، ٢ ر^{٢} ،........................) اساسها ر : | ر | < ١

يكون مجموع عدد لانهائي من حدودها يعطى بالقانون:

$جـ_{\infty} = \frac{٢}{١ - ر}$: ٢ الحد الاول ، | ر | < ١

أمثلة محلولة

مثال (١) :

ايا من المتتابعات الهندسية التالية يمكن جمع عدد لانهائي من حدودها.

١) (١ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٤}$، $\frac{١}{٨}$، $\frac{١}{١٦}$..................)

٢) (١ ، ٤ ، ١٦ ، ٦٤، ....)

الحل :

١) (١ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٤}$، $\frac{١}{٨}$، $\frac{١}{١٦}$..................) يمكن جمع عدد لانهائي من حدودها لان | ر | < ١

٢) (١ ، ٤ ، ١٦ ، ٦٤، ....) لا يمكن جمع عدد لانهائي من حدودها لان | ر | > ١



تدريب (١):

ايا من المتتابعات الهندسية التالية يمكن جمع عدد لانهائي من حدودها

١) $(1 ، \frac{1}{3} ، \frac{1}{9} ، \frac{1}{27} ، ....)$

٢) $(1 ، 2 ، 4 ، 8 ، ....)$

مثال (٢) :

في المتتابعة الهندسية (٦٢٥، ١٢٥، ٢٥، ٥ ، ....) أوجد مجموع الستة حدود الاولى منها

هل يمكن جمع عدد لا نهائي من حدودها ابتداءً من الحد الاول ؟. أوجد هذا المجموع إن أمكن:

الحل :

$ا = 5$ ، $ر = 125 \div 625 = \frac{1}{5}$ ، $ن = 6$

$$جـ_ن = \frac{ا(1 - ر^ن)}{1 - ر} \leftarrow جـ_6 = \frac{625(1 - (\frac{1}{5})^6)}{1 - \frac{1}{5}} = \frac{3906}{5}$$

يمكن جمع عدد لا نهائي من حدودها بدء من الحد الاول لان ، $ر = \frac{1}{5}$ ، $\frac{1}{5} < 1$

$$جـ_\infty = \frac{ا}{1 - ر} = \frac{625}{1 - \frac{1}{5}} = \frac{3125}{4}$$

تدريب (٢):

في المتتابعة الهندسية (٨ ، ٤ ، ٢ ، ١، ....) أوجد مجموع العشرة حدود الاولى منها

هل يمكن جمع عدد لا نهائي من حدودها ابتداءً من الحد الاول ؟. أوجد هذا المجموع إن أمكن:

مثال (٣) :

متتابعة هندسية حدودها موجبة مجموع حدها الاول والثاني = ١٦ ، ومجموع عدد لانهائي من حدودها ابتداءً من حدها الاول =٢٥ .أوجد المتتابعة.



الحل :

نفرض أن المتتابعة الهندسية هي (ا ، ا ر ، ا ر^{٢} ،.....................)

∴ $ح_{١} + ح_{٢} = ١٦ \leftarrow ا + ا ر = ١٦ \leftarrow ا (١+ ر) = ١٦ \leftarrow ١)$

$جـ_{\infty} = \frac{ا}{١ - ر} \leftarrow \frac{ا}{١ - ر} = ٢٥ \leftarrow ا = ٢٥(١- ر) \leftarrow ٢)$

من ٢) في ١) $\leftarrow ٢٥(١- ر)(١+ ر) = ١٦ \leftarrow ١ - ر^{٢} = \frac{١٦}{٢٥} \leftarrow ر^{٢} = \frac{٩}{٢٥}$

$\leftarrow ر = \pm \frac{٣}{٥}$ وحيث ان حدودها موجبة $\leftarrow ر = \frac{٣}{٥}$

بالتعويض في ١) $\leftarrow ا \times (١ + \frac{٣}{٥}) = ١٦ \leftarrow ا \times \frac{٨}{٥} = ١٦ \leftarrow ا = ١٠$

∴ المتتابعة الهندسية هي (١٠ ، ٦ ، $\frac{١٨}{٥}$ ،.....................)

تدريب (٣):

متتابعة هندسية غير منتهية ، حدودها موجبة ، حدها الاول يزيد عن حدها الثاني بمقدار ٣٠ ، مجموع عدد لانهائي من حدودها ابتداءً من حدها الأول يساوي $\frac{١٣٥}{٢}$.أوجد المتتابعة

حلول التدريبات

حل تدريب (١)

١) يمكن جمع عدد لانهائي من حدود المتتابعة الهندسية لان $|ر| < ١$

٢) لا يمكن جمع عدد لانهائي من حدود المتتابعة الهندسية لان $|ر| > ١$

حل تدريب (٢):

$جـ_{١٠} = \frac{١٠٢٣}{٦٤}$

يمكن جمع عدد لانهائي من حدود المتتابعة لان $|ر| < ١$ ويكون : $جـ_{\infty} = ١٦$

حل تدريب (٣) (٤٥ ، ١٥ ، ٥ ، ....)



تمارين على الدرس السادس

اختر الاجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة

١) في المتتابعة الهندسية (١ ، -٢ ، ٤ ، -٨ ، ....) مجموع العشرة حدود الاولي =......

(أ) - ٣٤١

(ب) ٣٤١

(ج) ٣١٤

(د) -٣١٤

٢) مجموع عدد لانهائي من حدود المتتابعة الهندسية (٨ ، ٤ ، ٢ ، ١ ، ....) ابتداءً من الحد الاول = ...

(أ) ١٦

(ب) ٣٢

(ج) ٦٤

(د) ٦١

٣) مجموع حدود المتتابعة الهندسية (١٠٢٤ ، ٥١٢ ، ٢١٦ ، ١٢٨، ....، ١) يساوى ....

(أ) ٢٠٤٧

(ب) ٢٠٤٨

(ج) ٤٠٤٨

(د) ٤٠٤٧



٤) مجموع عدد لانهائي من حدود المتتابعة الهندسية (١ ، جا $\frac{\pi}{6}$ ، جا^{2} $\frac{\pi}{6}$ ، ....)
ابتداءً من الحد الاول = ...

(أ) ٢

(ب) ٤

(ج) ٨

(د) ١٦

٥) متتابعة هندسية حدها الاول =٢٤٣ ، حدها الاخير =١ ، ومجموع حدودها= ٣٦٤

فيكون عدد حدودها =............ حداً

(أ) ٤

(ب) ٥

(ج) ٦

(د) ٧

اجابة تمارين الدرس السادس

١) أ　　٢) أ　　٣) أ　　٤) أ　　٥) ج



الدرس الثالث – قواعد الاشتقاق

المفاهيم الاساسية للدرس:

(١) اذا كانت: ص= حـ حيث حـ ∈ ع فان: $\frac{ءص}{ءس}$ = صفر

(٢) اذا كانت: ص=س^ن حيث ن ∈ ع فان: $\frac{ءص}{ءس}$ = ن س^(ن - ١)

(٣) اذا كانت: ص = س فان: $\frac{ءص}{ءس}$ = ١

(٤) اذا كانت : ص= م س^ن فان: $\frac{ءص}{ءس}$ = م ن س^(ن - ١) (حيث ن ∈ ع ، م ثابت)

(٥) $\frac{ء}{ءس}$ (ع ± و) = $\frac{ءع}{ءس}$ ± $\frac{ءو}{ءس}$ حيث ع، و دالتين قابلتين للاشتقاق بالنسبة للمتغير س.

(٦) <u>مشتقة حاصل ضرب دالتين :</u>

اذا كانت : ع ، و دالتين قابلتين للاشتقاق بالنسبة للمتغير س فان: الدالة (ع . و) تكون

أيضاً قابلة للاستقاق بالنسبة للمتغير س ويكون: $\frac{ء}{ءس}$ (ع . و) = ع × $\frac{ءو}{ءس}$ + و × $\frac{ءع}{ءس}$

(٧) <u>مشتقة حاصل قسمة دالتين :</u>

اذا كانت : ع، و دالتين قابلتين للاشتقاق بالنسبة للمتغير س وكان و (س) ≠ ٠ فان :

الدالة ($\frac{ع}{و}$) تكون ايضا قابلة للاشتقاق بالنسبة للمتغير س و يكون :

$$\frac{ء}{ءس}\left(\frac{ع}{و}\right) = \frac{و \times \frac{ءع}{ءس} - ع \times \frac{ءو}{ءس}}{(و)^{٢}}$$

(٨) مشتقة دالة الدالة (قاعدة السلسلة)

إذا كانت : ص=د(ع) قابلة للاشتقاق بالنسبة للمتغير ع وكانت ع=ر(س) قابلة للاشتقاق بالنسبة للمتغير س فان: ص=د(ر(س)) تكون قابلة للاشتقاق بالنسبة للمتغير س ويكون:

$$\frac{ءص}{ءس} = \frac{ءص}{ءع} \times \frac{ءع}{ءس}$$

وتعرف بقاعدة السلسلة .

(٩) مشتقة الدالة $[د(س)]^ن$

اذا كانت : $ع = [د(س)]^ن$ حيث د قابلة للاشتقاق بالنسبة للمتغير س فان :

$$\frac{ءع}{ءس} = ن[د(س)]^{ن-١} \times د'(س)$$

أمثلة محلولة

مثال (١): اوجد: $\frac{ءص}{ءس}$ فى كل مما ياتى :

(١) ص= -٧ (٢) $ص= س^٣$ (٣) ص= ٢ س

(٤) $ص= \frac{٥}{س}$ (٥) $ص = \sqrt{س^٣}$ (٦) $ص = \sqrt{٣}$

الحل : (١) $\frac{ءص}{ءس} = ٠$ (٢) $\frac{ءص}{ءس} = ٣س^٢$ (٣) $\frac{ءص}{ءس} = ٢$

(٤) $ص = ٥ س^{-١} \Longleftarrow \frac{ءص}{ءس} = -٥س^{-٢} = \frac{-٥}{س^٢}$

(٥) $ص = س^{\frac{٣}{٢}} \Longleftarrow \frac{ءص}{ءس} = \frac{٣}{٢}س^{\frac{١}{٢}} = \frac{٣}{٢}\sqrt{س}$ (٦) $\frac{ءص}{ءس} = ٠$



تدريب (١) اوجد: $\frac{ءص}{ءس}$ فى كل مما ياتى :

(١) ص = ٤ (٢) ص = ٣ π س (٣) ص = -٣ س$^{-٤}$

(٤) ص = $\sqrt[٣]{س}$ (٥) ص = $\sqrt{٣}$ س

مثال (٢): اوجد: $\frac{ءص}{ءس}$ اذا كانت: ص = ٥س^{٤} - ٣ س^{٢} + ٧س + ٢

الحل : $\frac{ءص}{ءس}$ = ٢٠س^{٣} - ٦ س + ٧

تدريب (٢) اوجد: $\frac{ءص}{ءس}$ اذا كانت: ص = ٣ س^{٤} - ٥س^{٣} + ٢ س^{٢} + ٣

مثال (٣) اوجد: $\frac{ءص}{ءس}$ اذا كانت: ص = (س^{٣} + ١)(س^{٢} + ٢)

ثم اوجد: $\frac{ءص}{ءس}$ عندما س = ١

الحل ص = (س^{٣} + ١)(س^{٢} + ٢)

$\frac{ءص}{ءس}$ = (س^{٣} + ١)(٢س) + (س^{٢} + ٢)(٣س^{٢})

= ٢ س^{٤} + ٢س + ٣ س^{٤} + ٦س^{٢}

= ٥س^{٤} + ٦ س^{٢} + ٢ س

عندما س = ١ ⟸ $\frac{ءص}{ءس}$ = ٥ + ٦ + ٢ = ١٣

تدريب (٣) اوجد $\frac{ءص}{ءس}$ اذا كانت: ص= (٤ س^{٣} -١)(٥س^{٢} + ٢) ثم اوجد $\frac{ءص}{ءس}$ عندما س = -١



مثال (٤) اوجد: $\frac{ءص}{ءس}$ اذا كانت: $ص = \frac{٢س^٢ - ١}{س^٢ + ٣}$

الحل $\frac{ءص}{ءس} = \frac{(س^٢ + ٣)(٤س) - (٢س^٢ - ١)(٢س)}{(س^٢ + ٣)^٢}$

$= \frac{٤س^٣ + ١٢س - ٤س^٣ + ٢س}{(س^٢ + ٣)^٢} = \frac{١٤س}{(س^٢ + ٣)^٢}$

تدريب (٤): اذا كانت : $ص = \frac{٣س - ٢}{س + ١}$ اوجد: $\frac{ءص}{ءس}$

مثال (٥) : اذا كانت : $ص = (س^٢ - ٣س + ٢)^٥$ اوجد : $\frac{ءص}{ءس}$

الحل $\frac{ءص}{ءس} = ٥(س^٢ - ٣س + ٢)^٤(٢س - ٣)$

حل اخر : بفرض $ع = س^٢ - ٣س + ٢$ ، $ص = ع^٥$

$\frac{ءع}{ءس} = ٢س - ٣$ ، $\frac{ءص}{ءع} = ٥ع^٤$

$\frac{ءص}{ءس} = \frac{ءص}{ءع} \times \frac{ءع}{ءس} = ٥ع^٤ \times (٢س - ٣) = ٥(س^٢ - ٣س + ٢)^٤(٢س - ٣)$

تدريب (٥):

إذا كانت : $ص = (٣س^٤ - ٥س)^٧$ اوجد : $\frac{ءص}{ءس}$



مثال (٦) : إذا كانت: د(س) = $\frac{١}{٣}$ س^{٣} – ٢س^{٢} +٥س - ٤ اوجد قيم: س التي تجعل دَ(س)==٢

الحل ∵ دَ(س) =٢

∴ س^{٢} – ٤س +٥ = ٢

س^{٢} – ٤س + ٣ = ٠

(س – ١) (س – ٣) = ٠

س = ١ او س =٣

تدريب (٦):

اوجد قيم: س التي تجعل دَ(س)= ٧ إذا كانت: د(س) = س^{٢} -٥س+٢



حلول تدريبات الدرس الثالث

حل تدريب (١): (١) $\frac{ءص}{ءس}$ = صفر   (٢) $\frac{ءص}{ءس} = ٣\pi$ (٣) $\frac{ءص}{ءس}$ = ١٢س$^{-٥}$

(٤) $\frac{ءص}{ءس} = \frac{١}{٣}$ س$^{\frac{-٢}{٣}}$ (٥) $\frac{ءص}{ءس} = \sqrt{٣}$

حل تدريب (٢): $\frac{ءص}{ءس}$ = ١٢س^{٣} – ١٥ س^{٢} + ٤ س

حل تدريب (٣): $\frac{ءص}{ءس}$ = (٤س^{٣} -١)(١٠س) + (٥س^{٢} +٢)(١٢س^{٢})

= ٤٠س^{٤} – ١٠س +٦٠س^{٤} +٢٤س^{٢}

= ١٠٠س^{٤} +٢٤س^{٢} – ١٠س   عندما س= -١

فان: $\frac{ءص}{ءس}$ = ١٠٠(-١)^{٤} +٢٤(-١)^{٢} – ١٠(-١) =١٣٤

حل تدريب (٤): $\frac{ءص}{ءس} = \frac{(٥س + ١)(٣) - (٣س – ٢)(٥)}{(٥س +١)^{٢}}$

$= \frac{١٥س + ٣ - ١٥س + ١٠}{(٥س +١)^{٢}} = \frac{١٣}{(٥س +١)^{٢}}$

حل تدريب (٥): $\frac{ءص}{ءس}$ = ٧ (٣س^{٤} – ٥س)^{٦} (١٢س^{٣} -٥)

حل تدريب (٦): ٢س -٥ = ٧ ⟵ س = ٦



تمارين على الدرس الثالث

اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاه :

(١) $\frac{ء}{ءس}(٥)$ = ...

(أ) ٥ (ب) -٥ (ج) صفر (د) غير موجودة

(٢) $\frac{ء}{ءس}(٧\pi)$ = ...

(أ) ٧ (ب) π (ج) -٧ (د) صفر

(٣) $\frac{ء}{ءس}(س^{٦})$ = ...

(أ) ٦ (ب) $٦س^{٥}$ (ج) $٦س^{٤}$ (د) -٦

(٤) $\frac{ء}{ءس}(٤س^{٣})$ = ...

(أ) $٧س^{٢}$ (ب) $س^{٢}$ (ج) $١٢س^{٢}$ (د) $-١٢س^{٣}$

(٥) اذا كانت: ص = $\sqrt{س}$ فان: $\frac{ءص}{ءس}$ = ...

(أ) $٢س^{\frac{-١}{٢}}$ (ب) $\frac{١}{٢}س^{\frac{-١}{٢}}$ (ج) $س^{\frac{-١}{٢}}$ (د) $\frac{٣}{٢}س^{\frac{٣}{٢}}$

(٦) $\frac{ء}{ءس}(\frac{١}{س})^{٥}$ = ...

(أ) $٥س^{٤}$ (ب) $٥س^{-٤}$ (ج) $-٥س^{-٦}$ (د) $(\frac{١}{س})^{٥}$

(٧) $\frac{ء}{ءس}(٣س^{٢} - ٥س - ٢)$ = ...

(أ) ٦س + ٥ (ب) ٦س - ٥ (ج) ٦س (د) -٥

(٨) ميل المماس للمنحنى ص = س^{٢} + ٢س + ١ عند س=١ يساوى ....

أ ٢س ب ٢س-٢ ج ٤ د -٤

(٩) قياس الزاوية التى يصنعها المماس للمنحنى ص=٢س^{٥} -٩س مع الاتجاه الموجب لمحور السينات عند س=١ تساوى ....

أ ٣٠° ب ٤٥° ج ٦٠° د ٩٠°

(١٠) اذا كانت: د(س)=س^{٢} + أس + ٤ ، دَ(١)= ٥ فان: أ = ...

أ -٣ ب ٣ ج ٧ د ٢

(١١) اذا كانت: س ص = ٣ فان: $\frac{ءص}{ءس}$ = ...

أ $\frac{٣}{س^{٢}}$ ب $\frac{-٣}{س^{٢}}$ ج -٣س^{٢} د $\frac{-٣}{س}$

(١٢) اذا كانت: د(س) = (٢س + ١)^{٥} فان: دَ(٠) = ...

أ ٣٢ ب ٥ ج ١٠ د ٢٠

(١٣) اذا كانت :د(س) = (٥-٢س)^{٢} فان: دَ(١)= ....

أ ١٢ ب -١٢ ج -٤ د ٤

(١٤) اذا كان : (س+ص)^{٣} = ٥ فان: $\frac{ءص}{ءس}$ = ...

أ -١ ب صفر ج ٥ د ٣

(١٥) مشتقة الدالة د(س)=$\sqrt{٣ - س^{٣}}$ عند س = ٠ تساوى............

أ ١ ب صفر ج -١ د -٢



إجابة تمارين على الدرس الثالث

رقم	الإجابة	رقم	الإجابة
١	(ج) صفر	٩	(ب) ٤٥°
٢	(د) صفر	١٠	(ب) ٣
٣	(ب) ٦س^{٥}	١١	(ب) $\frac{-٣}{س^{٢}}$
٤	(ج) ١٢س^{٢}	١٢	(ج) ١٠
٥	(ب) $\frac{١}{٢}$س$^{\frac{-١}{٢}}$	١٣	(ب) -١٢
٦	(ج) -٥س$^{-٦}$	١٤	(أ) -١
٧	(ب) ٦س - ٥	١٥	(ب) صفر
٨	(ج) ٤		



الدرس الرابع – مشتقات الدوال المثلثية

المفاهيم الاساسية للدرس:

(١) اذا كانت: ص = جا س فان: $\frac{ءص}{ءس}$ = جتا س

(٢) اذا كانت: ص = جتا س فان: $\frac{ءص}{ءس}$ = - جا س

(٣) اذا كانت: ص = ظا س فان: $\frac{ءص}{ءس}$ = قا^{2}س

(٤) اذا كانت: ع دالة قابلة للاشتقاق بالنسبة للمتغير س فان :

- اذا كانت: ص = جا ع فان: $\frac{ءص}{ءس}$ = جتا ع $\frac{ءع}{ءس}$
- اذا كانت: ص = جتا ع فان: $\frac{ءص}{ءس}$ = - جا ع $\frac{ءع}{ءس}$
- اذا كانت: ص = ظا ع فان: $\frac{ءص}{ءس}$ = قا^2 ع $\frac{ءع}{ءس}$

أمثلة محلولة

مثال (١): أوجد المشتقة الأولى لكل مما يلى:

(١) ص = جا (٣س + ٢) (٢) ص = جتا٥س

(٣) ص = ٢ ظا (٤س – ٣) (٤) ص = (٢ - ٥س)

الحل :

(١) $\frac{ءص}{ءس}$ = ٣ جتا (٣س +٢) (٢) $\frac{ءص}{ءس}$ = – ٥ جا ٥س

(٣) $\frac{ءص}{ءس}$ = ٨ قا^2 (٤س -٣) (٤) $\frac{ءص}{ءس}$ = – ٥ جتا (٢ – ٥س)



تدريب (١) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :

(١) اذا كانت: ص = جا (٢س + ٥) فان: $\frac{ءص}{ءس}$ = ...

(أ) ٢جتا ٢س　　(ب) -٢ جتا (٢س)　　(جـ) جتا (٢س+٥)　　(د) ٢جتا(٢س+٥)

(٢) اذا كانت: ص = ٣س – ٢ جتا ٢س فان: $\frac{ءص}{ءس}$ = ...

(أ) ٣ – جا ٢س　　(ب) ٣ + جا٢س　　(جـ) ٣ + ٤جا ٢س　　(د) ٣ – ٢جا ٢س

مثال (٢): أوجد المشتقة الأولى لكل مما يلى:

(١) ص = س^{٣} جاس　　　　(٢) ص = س^{٢} – جتا ٣س

الحل : (١) $\frac{ءص}{ءس}$ = ٣س^{٢} جاس + س^{٣} جتا س　(٢) $\frac{ءص}{ءس}$ = ٢س + ٣ جا ٣س

تدريب (٢) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه:

(١) اذا كانت: ص = ٣ جتا (٢-٥س) فان: $\frac{ءص}{ءس}$ = ...

(أ) ٥جا (٢-٥س)　　(ب) ١٥ جا (٢-٥س)

(جـ) -٦ جا (٢-٥س)　　(د) -١٥ جا (٢-٥س)

(٢) اذا كانت: ص = ظا (٥س – π) فان: دَ($\frac{\pi}{٤}$) = ...

(أ) ٥　　(ب) ٥ $\sqrt{٣}$　　(حـ) ١٠　　(ء) ١٠ $\sqrt{٣}$



مثال (٣) اوجد $\frac{ءص}{ءس}$ لكل مما ياتى :

(١) ص= جا^٢^س + جتا^٢^س　　　(٢) ص = قا^٢^س – ١

(٣) ص = جا (جتا^٢^ س)　　　(٤) ص = $\frac{\text{جا س}}{\text{(١+جتاس)}}$

الحل: (١) ص = ١　　∴ $\frac{ءص}{ءس}$ = صفر

(٢) ص = قا^٢^ س – ١　　∴ ص = طا^٢^س　　∴ $\frac{ءص}{ءس}$ = ٢ظاس قا^٢^س

(٣) $\frac{ءص}{ءس}$ = جتا (جتا^٢^ س) × ٢ جتا س (-جاس) = - ٢ جاس جتاس جتا(جتا^٢^ س)

(٤) $\frac{ءص}{ءس}$ = $\frac{\text{(١ + جتاس) جتا س – جاس (- جاس)}}{\text{(١+جتاس)}^{٢}}$ = $\frac{\text{جتاس +جتا}^{٢}\text{س + جا}^{٢}\text{س}}{\text{(١+جتاس)}^{٢}}$

$\frac{ءص}{ءس}$ = $\frac{\text{جتاس +١}}{\text{(١+ جتاس)}^{٢}}$ = $\frac{١}{\text{١+ جتاس}}$

تدريب (٣) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه:

(١) اذا كانت: ص= جا٣س فان: $\frac{ءص}{ءس}$ عند س = $\frac{\pi}{٣}$ تساوى ....

(أ) ٣　　(ب) -٣　　(جـ) ٠,٥　　(د) $\sqrt{٣}$

(٢) اذا كانت: ص = (ظا $\frac{\pi}{٣}$) فان: $\frac{ءص}{ءس}$ =.....................

(أ) ٣　　(ب) $\sqrt{٣}$　　(جـ) صفر　　(د) ٠,٥



حلول تدريبات الدرس الرابع

حل تدريب (١): (١) (د) ٢جتا(٢س+٥)   (٢) (حـ) ٣ + ٤جا ٢س

حل تدريب (٢): (١) (ب) ١٥ جا (٢-٥س)   (٢) (حـ) ١٠

حل تدريب (٣): (١) (ب) -٣   (٢) (حـ) صفر





تمارين على الدرس الرابع

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه:

(١) اذا كانت: ص = جا٣س فان : $\frac{ءص}{ءس}$ = ...

(أ) جا٣س (ب) – جتا ٣س (جـ) ٣ جتا٣س (د) -٣ جتا٣س

(٢) اذا كانت: ص = ظا (٥ -٤س) فان : $\frac{ءص}{ءس}$ = ...

(أ) قا٢ (٥ -٤س) (ب) قا٢ (-٤) (جـ) -٤ قا٢ (٥ -٤س) (د) ٥قا٢ (٥ -٤س)

(٣) اذا كانت: ص= جتا ٤س فان : $\frac{ءص}{ءس}$ = ...

(أ) جا٤س (ب) –جا٤س (جـ) ٤جا٤س (د) – ٤جا٤س

(٤) اذا كان: ص= جا(س٢ +٢) فان: $\frac{ءص}{ءس}$ = ...

(أ) جتا(س٢ +٢) (ب) جتا٢س (جـ) ٢جتا(س٢ +٢) (د) ٢س جتا (س٢ +٢)

(٥) اذا كانت: ص= جا س فان: $\frac{ءص}{ءس}$ = ...

(أ) ص جتاس (ب) ص ظاس (جـ) ص ظتاس (د) ص جاس

(٦) اذا كانت: ص = جتاس فان: ص + صَ = ...

(أ) جاس-جتاس (ب) جتاس-جاس (جـ) ١ (د) صفر

(٧) اذا كانت: ص = ظاس فان: $\frac{ءص}{ءس}$ = ...

(أ) ١- ص (ب) ١+ ص (جـ) ١- ص٢ (د) ١+ ص٢

(٨) اذا كانت: جاس جتاص – جاص جتاس = ٠,٥ فان: $\frac{ءص}{ءس}$ = ...

(أ) صفر (ب) ٥جا(س+ص) (جـ) جتا(س+ص) (د) ١

(٩) اذا كانت: ص = س^{٢} جاس فان: $\frac{ءص}{ءس}$ عندما س = $\frac{\pi}{٢}$ تساوى ....

(أ) $\frac{\pi}{٢}$ (ب) $\frac{٣\pi}{٢}$ (جـ) π (د) $-\frac{\pi}{٢}$

(١٠) اذا كانت: ص = ظا $\frac{\pi}{٤}$ فان: $\frac{ءص}{ءس}$ =..........

(أ) ١ (ب) صفر (جـ) $\frac{١}{٤}$قا^{٢} $\frac{\pi}{٤}$ (د) ٤

إجابة تمارين على الدرس الرابع

١	(جـ) ٣ جتا٣س	**٦**	(ب) جتاس - جاس
٢	(جـ) -٤ قا^{٢} (٥ -٤س)	**٧**	(د) ١+ص^{٢}
٣	(د) – ٤جا٤س	**٨**	(د) ١
٤	(د) ٢س جتا (س^{٢} +٢)	**٩**	(جـ) π
٥	(جـ) ص ظتاس	**١٠**	(ب) صفر





الدرس الخامس: تطبيقات على المشتقة

المفاهيم الاساسية للدرس:

(١) المشتقة الاولى للدالة د حيث ص = د (س) تعنى ميل المماس لمنحنى هذه الدالة عند اى نقطة (س، ص) واقعة عليه.

(٢) ميل المماس لمنحنى الدالة ص = د (س) عند النقطة ($س_١$ ، $ص_١$) الواقعة عليه = $\frac{ءص}{ءس}$ عند هذه النقطة.

(٣) ظا ل = $\frac{ءص}{ءس}$ حيث ل قياس الزاوية الموجبة التى يصنعها المماس مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

(٤) اذا كان $م_١$ ، $م_٢$ ميلى مستقيمين معلومين $ل_١$ ، $ل_٢$ فان

(١) $ل_١ // ل_٢$ اذا وفقط اذا كان: $م_١ = م_٢$ (شرط التوازى)

(٢) $ل_١ \perp ل_٢$ اذا وفقط اذا كان: $م_١ م_٢ = -١$ (شرط التعامد)

(٥) معادلتا المماس والعمودى لمنحنى:

اذا كانت: ($س_١$ ، $ص_١$) نقطة تقع على منحنى الدالة د حيث ص = د (س) ، م ميل المماس عند هذه النقطة فان:

(١) معادلة المماس للمنحنى عند النقطة ($س_١$ ، $ص_١$) هي: $ص - ص_١ = م (س - س_١)$

(٢) معادلة العمودى على المنحنى عند النقطة ($س_١$، $ص_١$) هى: $ص - ص_١ = \frac{-١}{م} (س - س_١)$



أمثلة محلولة

مثال (١): اكمل كلا مما ياتى :

(١) ميل المماس لمنحنى الدالة د حيث ص = د (س) عند اى نقطة عليه هو ....

(٢) ميل المماس للمنحنى ص = جتا س عندما س= $\frac{\pi}{٣}$ يساوى ....

(٣)اذا كان: المستقيم ص = ٨ - ٣س مماسا لمنحنى الدالة د عند النقطة (٣ ، -١) فان دَ(٣)= ......

(٤) المماس للمنحنى ص = $(٣س-٥)^{٣}$ عند النقطة (٢ ، ١) يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة ظلها يساوى..............

(٥) ميل العمودى على المنحنى ص = جا ٢س عند النقطة التى تقع على المنحنى واحداثيها السينى $\frac{\pi}{٦}$ يساوى...............

(٦) معادلة المماس للمنحنى ص = $(س - ١)^{٢}$ عند النقطة (٢ ، ١) هى ....

الحل :

(١) $\frac{ءص}{ءس}$ (٢) $-\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (٣) -٣ (٤) ٩ (٥) -١ (٦) ص= ٢س -٣

تدريب (١) اختر الاجابة الصحيحة من الاجابات المعطاه :

(١) ميل المماس للمنحنى ص = $(٢س-٣)^{٥}$ عندما س=١ هو ....

أ ١٠ ب -١٠ ج ٥ د ٧

(٢) ميل المماس للمنحنى ص = جتا س عندما س = $\frac{\pi}{٦}$ تساوى ....

أ $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ب $\frac{١}{٢}$ ج $-\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ د $-\frac{١}{٢}$



(٣) ميل العمودى للمنحنى ص = ظا ٢س عندما س = $\frac{\pi}{٢}$ يساوى ....

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{-١}{٢}$ (ج) ٢ (د) -٢

مثال (٢): اوجد النقط الواقعة على المنحنى ص = $س^٣$ - $٦س^٢$ - ١٥س + ٢٠ والتى يكون عندها المماس موازيا لمحور السينات .

الحل : ميل المماس = $\frac{ءص}{ءس}$ = $٣س^٢$ - ١٢س - ١٥

∵ المماس // محور السينات ∴ $\frac{ءص}{ءس}$ = ٠

$٣س^٢$ - ١٢س - ١٥ = ٠ (بالقسمة على ٣)

$س^٢$ - ٤ س - ٥ = ٠ ⟸ (س - ٥) (س + ١) = ٠ ⟸ س = ٥ او س = -١

عند س = ٥ فان ص = -٨٠ وعند س = -١ فان ص = ٢٨

∴ النقط هى (٥ ، -٨٠) ، (-١ ، ٢٨)

تدريب (٢) اوجد قياس الزاوية الموجبة التى يصنعها المماس للمنحنى ص = $س^٢$ + $\frac{١}{س}$ - ١ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات عند س = ١

مثال (٣): اوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة ص = (س - ٢) (س + ١) عند نقطتى تقاطعه مع محور السينات .

الحل : ∵ المنحنى يقطع محور السينات ∴ ص = ٠

(س - ٢) (س + ١) = ٠ ⟸ س = ٢ ، س = -١



ميل المماس = $\frac{ءص}{ءس}$ = ٢س - ١

عند س=٢ فان م$_١$ = ٣ وعند س= -١ فان م$_٢$ = -٣

معادلة المماس عند النقطة (٢،٠)

ص - ص$_١$ = م (س - س$_١$) ⟸ ص - ٠ = ٣ (س - ٢) ⟸ ص=٣س-٦

عند النقطة (-١،٠) ⟸ ص - ٠ = -٣ (س + ١) ⟸ ص = -٣س-٣

تدريب (٣): اوجد معادلة المماس للمنحنى ص = ٢ جا س + جتا س عند النقطة (٠،١).

مثال(٤) : اوجد معادلة العمودى على المماس للمنحنى ص = $\frac{س^٢ - ١}{٢ - س^٢}$ عندما س = ٠

الحل : عند س= ٠ فان: ص = $\frac{-١}{٢}$

م = $\frac{ءص}{ءس}$ = $\frac{٢س}{(٢ - س^٢)^٢}$ عند س = ٠ فان م = ٠

∴ المماس يوازى محور السينات ⟵ العمودى موازيا محور الصادات

∴ معادلة العمودى على المماس هي س = ٠

تدريب (٤): اختر الاجابة الصحيحة من الاجابات المعطاه :

(١) اذا كان: المستقيم ٢س - ص + ٧ = ٠ عموديا على منحنى الدالة د عند النقطة (-١،٥)

فان : دَ(١)= ....

أ -٢ ب $\frac{-١}{٢}$ ج ٢ د $\frac{١}{٢}$

(٢) معادلة المماس للمنحنى ص = (س - ١)^٢ عند النقطة (٢،١) هي: ....

أ ص= ٢س - ٣ ب ص= س - ١ ج ص = ٢ س د س = ٢ ص - ٣

مثال (٥) : اذا كان: المنحنى ص = ﻣ س^{٣} + ب س^{٢} يمس المستقيم ص=٨س + ٥ عند النقطة (-١، -٣) فاوجد قيمتى: ﻣ ، ب .

الحل : ∵ النقطة (-١، -٣) تقع على المنحنى ∴ -٣ = -ﻣ + ب ⟵ (١)

ميل المماس = ٣ ﻣ س^{٢} + ٢ ب س عندما س=-١

ميل المماس = ٣ ﻣ -٢ ب

∵ ميل المستقيم المماس =٨ ∴ ٣ ﻣ -٢ ب =٨ ⟵ (٢)

بحل المعادلتين (١) ، (٢) نجدأن : ﻣ =٢ ، ب =-١

تدريب(٥): اوجد قيمة كل من الثابتين ﻣ ، ب اذا كان ميل المماس للمنحنى ص=س^{٢} + ﻣ س + ب عند النقطة (١،٣) الواقعة عليه يساوى ٥.

حلول تدريبات الدرس الخامس

حل تدريب (١): (١) ١٠ (٢) $\frac{-١}{٢}$ (٣) ٢

حل تدريب (٢): $\frac{ءص}{ءس} = ٢س - (\frac{١}{س})^٢$ عند س = ١ ⟸ $\frac{ءص}{ءس} = ٢ - ١ = ١$

ميل المماس = ظا ل = $\frac{ءص}{ءس}$ ⟸ ظا ل = ١ ∴ ل = ٤٥°

حل تدريب (٣): م = $\frac{ءص}{ءس}$ = ٢ جتاس - جاس عند س = ٠

م = ٢ جتا (٠°) - جا (٠°) = ٢

∵ معادلة المماس ص - $ص_١$ = م (س - $س_١$)

∴ ص - ١ = ٢ (س - ٠) ⟸ ص - ١ = ٢س ⟸ ٢س - ص + ١ = ٠

حل تدريب (٤): (١) ب $\frac{-١}{٢}$ (٢) أ ص = ٢س - ٣

حل تدريب (٥): (١، ٣) تقع على المنحنى ⟸ ٣ = ١ + أ + ب ⟸ أ + ب = ٢

∵ ميل المماس = ٥ ∴ $\frac{ءص}{ءس}$ = ٥ ⟸ $\frac{ءص}{ءس}$ = ٢س + أ

عند س = ١ ∴ $\frac{ءص}{ءس}$ = ٢ + أ ⟸ ٢ + أ = ٥

∴ أ = ٣ ، ب = -١



تمارين على الدرس الخامس

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه:

(١) ميل المماس للمنحنى ص =٢س^{٣} + ٣س عند النقطة (١،٥) يساوى ....

(أ) ٥ (ب) ٩ (ج) -٥ (د) -٩

(٢) ميل المماس للمنحنى ص= جا س عندما س = $\frac{\pi}{٣}$ يساوى ....

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{-١}{٢}$ (ج) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (د) $-\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

(٣) ميل المماس لمنحنى الدالة ص = س | س | عندما س = ٢ يساوى.................

(أ) ٤ (ب) -٤ (ج) ٢ (د) -٢

(٤) ميل المماس لمنحنى الدالة ص = جا س جتا س يساوى ....

(أ) جتا س جا س (ب) جا س - جتا س (ج) جا^{٢}س + جتا^{٢}س (د) جتا^{٢}س - جا^{٢}س

(٥) ميل العمودى للمنحنى ص = س جتا ٢س عندما س = $\frac{\pi}{٢}$ يساوى ....

(أ) ١ (ب) -١ (ج) صفر (د) ٢

(٦) معادلة المماس لمنحنى الدالة د حيث د(س)= س^{٢} + ٣ عندما س = ١ هى ....

(أ) ص=٢س (ب) س+ ص=٢ (ج) ص-٢س=٢ (د) ٣س-ص+٢ =٠

(٧) معادلة المماس للمنحنى ص= ظاس + جا ٢س عندما س= $\frac{\pi}{٤}$ هى ....

(أ) ٢ص -٤ س -π=٠ (ب) ص - ٢س=٠

(ج) ٢س -٤ ص + π =٤ (د) ٢ص -٤س+ π=٤

(٨) اذا كانت معادلة العمودى على منحنى د(س) عند النقطة (٢، -١) هى س-٢ص=٤ فان دَ(٢)= ......

(أ) ٢ (ب) -٢ (ج) ١ (د) -١

(٩) اذا كان : المماس لمنحنى الدالة د حيث د(س)= ا س^{٢} + ب س + ٥ عند النقطة (-١،٣) الواقعة عليه يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها ٤٥° فان: ا + ب =..............

ا ١ ب ٢ جـ ٣ د ٤

(١٠)النقطة الواقعة على المنحنى ص=٢س^{٣} -س + ٣ والتى عندها المماس يكون عموديا على المستقيم س = ١ - ٥ ص هى..........

ا (١،٢) ب (-١،٤) جـ (١،٤) ، (-١،٢) د (-١،٤) ، (١،٢)



إجابة تمارين على الدرس الخامس

١	(ب) ٩	٦	(ج) ص-٢ س=٢
٢	(أ) $\frac{١}{٢}$	٧	(د) ٢ ص -٤ س+ π=٤
٣	(أ) ٤	٨	(ب) -٢
٤	(د) جتا^{٢}س -جا^{٢}س	٩	(د) ٤
٥	(ب) -١	١٠	(ج) (١،٤) ، (-١،٢)



الدرس السادس: التكامل:

المفاهيم الاساسية للدرس:

(١) المشتقة العكسية للدالة

(أ) يقال ان الدالة ت مشتقة عكسية للدالة د اذا كانت: تَ (س) = د (س) لكل س فى مجال د

(ب) اذا كانت: تَ (س) = د(س) فان : ∫ د (س) ؞س = ت(س) + ث حيث ث ثابت اختيارى (ثابت التكامل)

(٢) خواص التكامل: اذا كانت: د، ر دالة قابلة للاشتقاق على فترة ما فان:

(أ) ∫ أ د (س) ؞س = أ ∫ د (س) ؞س حيث أ ثابت ≠ ٠

(ب) ∫ [د (س) ± ر (س)] ؞س = ∫ د (س) ؞س ± ∫ ر (س) ؞س

ملحوظة: (يمكن تعميم هذه الخاصية (ب) على أي عدد محدود من الدوال)

(٣) بعض قواعد التكامل :

(١) $\int س^{ن} ؞س = \frac{س^{ن+١}}{(ن+١)} + ث$ ، حيث ث ثابت ، ن ≠ -١

(٢) $\int (أس + ب)^{ن} ؞س = \frac{(أس + ب)^{ن+١}}{أ(ن+١)} + ث$ ، حيث ث ثابت ، ن ≠ -١

(٣) $\int [د(س)]^{ن} دَ(س) ؞س = \frac{(د(س))^{ن+١}}{(ن+١)} + ث$ ، حيث ث ثابت ، ن ≠ -١

(٤) ∫ جا س ؞س = - جتا س + ث ، حيث ث ثابت اختيارى

(٥) ∫ جتا س ؞س = جا س + ث ، حيث ث ثابت اختيارى

(٦) $\int قا^{٢} س ؞س = ظا س + ث$ ، حيث ث ثابت اختيارى

(٧) $\int جا (أس + ب) ؞س = \frac{-١}{أ} جتا (أس + ب) + ث$ ، حيث ث ثابت اختيارى

(٨) $\int$ جتا (أ س + ب) ءس = $\frac{1}{أ}$ جا (أ س + ب) + ث ، حيث ث ثابت اختيارى

(٩) $\int$ قا^{2} (أ س + ب) ءس = $\frac{1}{أ}$ ظا (أ س + ب) + ث ، حيث ث ثابت اختيارى

أمثلة محلولة

مثال (١): اثبت ان الدالة ت حيث ت(س) = $\frac{1}{2}$ س^{4} هى مشتقة عكسية للدالة د حيث د(س) = ٢ س^{3}

الحل : نوجد مشتقة الدالة ت ⟸ تَ (س) = ٤ × $\frac{1}{2}$ س^{3} = ٢ س^{3} = د(س)

∴ ت(س) مشتقة عكسية للدالة د(س)

تدريب (١) بين ان الدالة ت حيث ت(س) = $\frac{1}{2}$ س^{6} هى مشتقة عكسية للدالة د حيث د(س)= ٣ س^{5}

مثال (٢): (١) اوجد : $\int$ س^{6} ءس (٢) اوجد : $\int$ س$^{-3}$ ءس

(٣) اوجد : $\int$ س$^{\frac{2}{5}}$ ءس (٤) اوجد : $\int$ $\sqrt{س}$ ء س

الحل : (١) $\frac{1}{7}$ س^{7} + ث (٢) $\frac{-1}{2}$ س$^{-2}$ + ث

(٣) $\frac{5}{7}$ س$^{\frac{7}{5}}$ + ث (٤) $\frac{2}{3}$ س$^{\frac{3}{2}}$ + ث

تدريب (٢) اوجد: (١) $\int$ س^{8} ءس (٢) $\int$ س$^{\frac{3}{2}}$ ءس

(٣) $\int$ س$^{\frac{3}{5}}$ ءس (٤) $\int$ ٧ س$^{\frac{7}{9}}$ ءس



مثال (٣): اوجد: **(١)** $\int (٥س + ٣س^٢) \, ءس$ **(٢)** اوجد : $\int \frac{(س^٢ + ٢)^٢}{س^٢} \, ءس$

الحل: **(١)** $\int (٥س + ٣س^٢) \, ءس = \frac{٥}{٢} س^٢ + س^٣ + ث$

(٢) $\int \frac{(س^٤ + ٤س^٢ + ٤)}{س^٢} \, ءس$

$= \int (س^٢ + ٤ + ٤س^{-٢}) \, ءس$

$= \frac{١}{٣} س^٣ + ٤س - \frac{٤}{س} + ث$

تدريب (٣): اختر الاجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة: $\int ٥س^٤ \, ءس = ... + ث$

(أ) $س^٥$ (ب) $\frac{١}{٤} س^٤$ (ج) $٥س^٥$ (د) $-٢ س^٣$

مثال (٤): اوجد : $\int (٥س + ٣)^٤ \, ءس$

الحل : $\int (٥س + ٣)^٤ \, ءس = \frac{١}{٢٥} (٥س + ٣)^٥ + ث$

تدريب (٤): اخترالاجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة: $\int (٣س - ٢)^٣ \, ءس = ... + ث$

(أ) $(٣س - ٢)^٤$ (ب) $\frac{١}{٤} (٣س - ٢)^٤$ (ج) $\frac{١}{١٢} (٣س - ٢)^٤$ (د) $\frac{-١}{١٢} (٣س - ٢)^٢$

مثال (٥): اوجد : $\int (٥س^٢ - ٣س + ٢)^٥ (١٠س - ٣) \, ءس$

الحل : $\int (٥س^٢ - ٣س + ٢)^٥ (١٠س - ٣) \, ءس = \frac{١}{٦} (٥س^٢ - ٣س + ٢)^٦ + ث$



تدريب (٥): اختر الاجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

$\int$ (س^{٢} + ٣ س - ٢)^{٩} (٢ س + ٣) ءس = ... + ث

(أ) ٩ (س^{٢} + ٣ س - ٢)^{٨} (ب) ٩ (س^{٢} + ٣ س - ٢)^{١٠}

(جـ) $\frac{١}{١٠}$ (س^{٢} + ٣ س - ٢)^{٩} (د) $\frac{١}{١٠}$ (س^{٢} + ٣ س - ٢)^{١٠}

مثال (٦): اوجد كلا من التكاملات الاتيه :

(١) $\int$ (س^{٢} + جا س) ءس

(٢) $\int$ ٤ جتا ٥ س ءس

(٣) $\int$ جا (٢ س + ٣) ءس

(٤) $\int$ قا^{٢} (٥ س - ٢) ءس

(٥) $\int$ جتا (٢ - ٣ س) ءس

(٦) $\int$ (جا^{٢} س + جتا^{٢} س) ءس

(٧) $\int$ ءس

(٨) $\int$ (١ + ظا^{٢} س) ءس

الحل:

(١) $\int$ (س^{٢} + جا س) ءس = $\frac{١}{٣}$ س^{٣} - جتا س + ث

(٢) $\int$ ٤ جتا ٥ س ءس = $\frac{٤}{٥}$ جا ٥ س + ث

(٣) $\int$ جا (٢س+٣) ءس = $\frac{-١}{٢}$ جتا (٢س+٣) + ث

(٤) $\int$ قا^{٢} (٥س-٢) ءس = $\frac{١}{٥}$ ظا (٥س-٢) + ث

(٥) $\int$ جتا (٢-٣س) ءس = $\frac{-١}{٣}$ جا (٢-٣س) + ث

(٦) $\int$ (جا^{٢} س + جتا^{٢} س) ءس = $\int$ (١) ءس = س + ث

(٧) $\int$ ءس = س + ث

(٨) $\int$ قا^{٢} س ءس = ظا س + ث

تدريب (٦): اوجد: (١) $\int$ جا (٣س + ٧) ءس

(٢) $\int$ جتا (٥س-١) ءس

(٣) $\int$ قا^{٢} (٢س+١) ءس

مثال (٧): اوجد: $\int \frac{س^{٢} - ٩}{س - ٣}$ ءس

الحل: $\int \frac{س^{٢} - ٩}{س - ٣}$ ءس = $\int \frac{(س - ٣)(س + ٣)}{س - ٣}$ ءس

= $\int$ (س + ٣) ءس = $\frac{١}{٢}$ س^{٢} + ٣س + ث

تدريب (٧): اوجد: $\int \frac{س^{٣} - ٢٧}{س - ٣}$ ءس

حلول تدريبات الدرس السادس

حل تدريب (١): نوجد مشتقة ت (س) = ٦ × $\frac{١}{٢}$ س^{٥} = ٣ س^{٥} = د(س)

∴ ت (س) مشتقة عكسية للدالة د(س)

حل تدريب (٢): (١) $\frac{١}{٩}$ س^{٩} + ث

(٢) $\frac{٢}{٥}$ س$^{\frac{٥}{٢}}$ + ث

(٣) $\frac{٥}{٨}$ س$^{\frac{٨}{٥}}$ + ث

(٤) $\frac{٦٣}{١٦}$ س$^{\frac{١٦}{٩}}$ + ث

حل تدريب (٣): أ س^{٥}

حل تدريب (٤): جـ $\frac{١}{١٢}$ (٣ س - ٢)^{٤}

حل تدريب (٥): د $\frac{١}{١٠}$ (س^{٢} + ٣ س - ٢)^{١٠}

حل تدريب (٦): (١) $\frac{-١}{٣}$ جتا (٣ س + ٧) + ث (٢) $\frac{١}{٥}$ جا (٥ س - ١) + ث

(٣) $\frac{١}{٢}$ طا (٢ س + ١) + ث

حل تدريب (٧): $\int \frac{(س - ٣)(س^{٢} + ٣ س + ٩)}{س - ٣}$ ءس = $\int$ (س^{٢} + ٣ س + ٩) ءس

= $\frac{١}{٣}$ س^{٣} + $\frac{٣}{٢}$ س^{٢} + ٩ س + ث

تمارين على الدرس السادس

اختر الاجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه:

(١) $\int$ ٥س^{٢} ءس = ... + ث

أ ٥س^{٣} ب ١٠س ج $\frac{٥}{٣}$ س^{٣} د $\frac{٣}{٥}$ س^{٣}

(٢) $\int$ ٤ س^{٣} ءس = ... + ث

أ س^{٤} ب -س^{٤} ج ١٢س^{٢} د ٤ س^{٢}

(٣) $\int$ جا٥س ءس = ... + ث

أ جتا ٥س ب -جتا ٥س ج $\frac{١}{٥}$ جتا ٥س د $\frac{-١}{٥}$ جتا ٥س

(٤) $\int$ جا $\frac{\pi}{٢}$ءس = ... + ث

أ جتا $\frac{\pi}{٢}$ ب -جتا $\frac{\pi}{٢}$ ج س د - س

(٥) $\int$ (٥س-١)^{٣} ءس = ... + ث

أ (٥س-١)^{٤} ب ٤(٥س-١)^{٣} ج $\frac{١}{٤}$ (٥س-١)^{٤} د $\frac{١}{٢٠}$ (٥س-١)^{٤}

(٦) $\int$ (س^{٢} + ٣س+٢)^{١١} (٢س +٣) ءس = ... + ث

أ ١١(س^{٢} + ٣س+٢)^{١٠} ب (س^{٢} + ٣س+٢)^{١٢}

ج $\frac{١}{١٢}$ (س^{٢} + ٣س+٢)^{١٢} د $\frac{١}{١٢}$ (س^{٢} + ٣س+٢)^{١٠}

(٧) ∫ ٥ ءس = ... + ث

أ صفر   ب ٥   ج ٥س   د ٥س^{٢}

(٨) ∫ (جاس - جتاس) ءس = ... + ث

أ -(جاس + جتاس)   ب جاس جتاس   ج جاس - جتاس   د جاس + جتاس

(٩) المشتقة العكسية للدالة د : د(س) = ٣ س^{٢} - ٢س + ٥ هى ....

أ ٦س - ٢   ب ٣س^{٢} - ٢س + ٥

ج س^{٣} - س^{٢} + ٥س + ث   د $\frac{١}{٣}$ س^{٣} - $\frac{١}{٢}$ س^{٢} + ٥س + ث

(١٠) ∫ ٢(٣ع^{٢} - ٥) ءع = ... + ث

أ (٣ع^{٢} - ٥)^{٢} ب ٦ع^{٢} - ١٠   ج ٢ع^{٣} - ١٠ع   د ع^{٢} - ٥ع

(١١) ∫ (س+١)(س-٥) ءس = ... + ث

أ $\frac{١}{٢}$ س^{٣} - ٢س^{٢} + ٥س   ب س^{٣} - ٢س^{٢} - ٥س

ج $\frac{٢}{٣}$ س^{٣} - ٢س^{٢} + ٥س   د $\frac{١}{٣}$ س^{٣} - ٢س^{٢} - ٥س

(١٢) ∫ س(س+٣) ءس = ... + ث

أ س^{٢} + ٣س   ب $\frac{١}{٢}$ (س+٣)^{٢} ج $\frac{١}{٣}$ س^{٣} + $\frac{٣}{٢}$ س^{٢} د س^{٣} + ٣س



(١٣) $\int$ (س + ٢)(س - ٢) ءس = ... + ث

أ س + ٤ ب س٢ - ٤ س ح (س٢ - ٤)٢ د $\frac{١}{٣}$ س٣ - ٤ س

(١٤) $\int$ (س٢ - ٢)٢ ءس = ... + ث

أ $\frac{١}{٣}$ (س٢ - ٢)٣

ب ٢(س٢ - ٢)(٢س)

ح $\frac{١}{٥}$ س٥ - $\frac{٤}{٣}$س٣ + ٤ س

د س٤ -٤س٢ + ٤

(١٥) $\int$ (٨ - ٣س)٤ ءس = ... + ث

أ $\frac{١}{١٥}$ (٨ - ٣س)٥

ب $\frac{١}{٥}$ (٨ - ٣س)٥

ح $\frac{-١}{٥}$ (٨ - ٣س)٥

د $\frac{-١}{١٥}$ (٨ - ٣س)٥

(١٦) $\int$ س٥ (١ + $\frac{٣}{س}$)٥ ءس = ... + ث

أ (س + ٣)٥

ب $\frac{١}{٦}$(س + ٣)٦

ح $\frac{١}{٦}$(١ + $\frac{٣}{س}$)٦

د $\frac{١}{٣٦}$ س٦ (١ + $\frac{٣}{س}$)٦

(١٧) $\int$ ٣ جا٣س جتا٣س ءس = ... + ث

أ $\frac{١}{٢}$ جا٢ ٣س ب جا٣س ح جتا ٣س د $\frac{١}{٢}$ جتا٢ ٣س

(١٨) $\int$ طاس جتاس ءس = ... + ث

أ جتاس ب جاس ح طاس د -جتاس

(١٩) $\int \frac{س^٢ + ٥س}{س} \, ءس = ... + ث$

أ) $س + ٥$
ب) $س^٢ + ٥س$
حـ) $\frac{١}{٢} س^٢ + ٥س$
د) $س + \frac{٥}{س}$

(٢٠) $\int \frac{س^٣ - ٨}{س^٢ + ٢س + ٤} \, ءس = ... + ث$

أ) $\frac{١}{٤} (س - ٢)^٤$
ب) $س - ٢$
حـ) $\frac{١}{٢} س^٢ - ٢س$
د) $\frac{١}{٢} (س - ٤)^٢$



إجابة تمارين على الدرس السادس

م	الإجابة	م	الإجابة
١	ح $\frac{٥}{٣}$ س^{٣}	١١	د $\frac{١}{٣}$ س^{٣} - ٢س^{٢} - ٥س
٢	أ س^{٤}	١٢	ح $\frac{١}{٣}$ س^{٣} + $\frac{٣}{٢}$ س^{٢}
٣	د $\frac{-١}{٥}$ جتا ٥س	١٣	د $\frac{١}{٣}$ س^{٣} - ٤س
٤	ح س	١٤	ح $\frac{١}{٥}$ س^{٥} - $\frac{٤}{٣}$س^{٣} + ٤س
٥	د $\frac{١}{٢٠}$ (٥س - ١)^{٤}	١٥	د $\frac{-١}{١٥}$ (٨ - ٣س)^{٥}
٦	ح $\frac{١}{١٢}$ (س^{٢} + ٣س + ٢)^{١٢}	١٦	ب $\frac{١}{٦}$(س + ٣)^{٦}
٧	ح ٥س	١٧	أ $\frac{١}{٢}$ جا^{٢} ٣س
٨	أ -(جاس + جتاس)	١٨	د -جتاس
٩	ح س^{٣} - س^{٢} + ٥س + ث	١٩	ح $\frac{١}{٢}$ س^{٢} + ٥س
١٠	ح ٢ ع^{٣} - ١٠ع	٢٠	ح $\frac{١}{٢}$ س^{٢} - ٢س



الدرس الثانى :

عنوان الدرس الدوال المثلثية لمجموع وفرق قياسى زاويتين

ملخص الدرس:

تذكر أن : جا(١٨٠° − م) = جا م ، جتا(١٨٠° − م) = −جتا م

جا(١٨٠° + م) = − جا م ، جتا(١٨٠° + م) = − جتا م

جا(٩٠° − م) = جتا م ، جتا(٩٠° − م) = جا م

جا(−م) = − جا م ، جتا(−م) = جتا م ، ظا (−م) = − ظا م

قاعدة (١)

جا (م+ب) = جا م جتا ب + جتا م جا ب

جا (م−ب) = جا م جتا ب − جتا م جا ب

قاعدة (٢)

جتا (م + ب) = جتا م جتا ب − جا م جا ب

جتا (م−ب) = جتا م جتا ب + جا م جا ب

مثال (١): بدون استخدام حاسبة الجيب أوجد قيمة ما يأتي :

(١) جا ١٠٥° (٢) جتا ٧٥°

الحل:

(١) جا ١٠٥° = جا (٦٠°+ ٤٥°) = جا ٦٠°جتا ٤٥° + جتا ٦٠° جا ٤٥°

$$= \frac{\sqrt{٣}}{٢} \times \frac{١}{\sqrt{٢}} + \frac{١}{٢} \times \frac{١}{\sqrt{٢}}$$

$$= \frac{١+\sqrt{٣}}{٢\sqrt{٢}} \times \frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٢}} = \frac{\sqrt{٦}+\sqrt{٢}}{٤}$$



(٢) جتا ٧٥° = جتا (٤٥° + ٣٠°) = جتا ٤٥° جتا ٣٠° − جا ٤٥° جا ٣٠°

$= \frac{١}{\sqrt{٢}} \times \frac{\sqrt{٣}}{٢} - \frac{١}{\sqrt{٢}} \times \frac{١}{٢} = \frac{\sqrt{٦} - \sqrt{٢}}{٤}$

تدريب (١): بدون استخدام حاسبة الجيب أوجد قيمة ما يأتي :

(١) جتا (−١٥)°　　　(٢) جا ٧٥°

قاعدة (٣) $ظا (أ + ب) = \frac{ظا أ + ظا ب}{١ - ظا أ ظا ب}$ حيث أ، ب $\neq \frac{\pi}{٢}(٢ ن + ١)$ ، ن ∈ ص ، ظا أ ظاب $\neq ١$

قاعدة (٤) $ظا (أ - ب) = \frac{ظا أ - ظا ب}{١ + ظا أ ظا ب}$ حيث أ، ب $\neq \frac{\pi}{٢}(٢ ن + ١)$ ، ن ∈ ص ، ظا أ ظاب $\neq -١$

مثال (٢):

بدون استخدام حاسبة الجيب أوجد قيمة : $\frac{ظا ٤٠° + ظا ٥°}{١ - ظا ٤٠° ظا ٥°}$

الحل:

$\frac{ظا ٤٠° + ظا ٥°}{١ - ظا ٤٠° ظا ٥°} = ظا (٤٠° + ٥°) = ظا ٤٥° = ١$

تدريب (٢):

بدون استخدام حاسبة الجيب أوجد قيمة : $\frac{ظا ٧٥° - ظا ١٥°}{١ + ظا ٧٥° ظا ١٥°}$

مثال (٣): بدون استخدام حاسبة الجيب أوجد قيمة :

(١) جا١٧° جتا ١٣° + جتا ١٧° جا ١٣°

(٢) جتا٧٥° جتا ١٥° + جا ٧٥° جا ١٥°

(٣) $\frac{\text{ظا ١٧٥° ــ ظا٢٥°}}{\text{١+ ظا ١٧٥° ظا ٢٥°}}$

الحل:

(١) جا١٧° جتا ١٣° + جتا ١٧° جا ١٣° = جا (١٧°+ ١٣°) = جا ٣٠° = $\frac{١}{٢}$

(٢) جتا٧٥° جتا ١٥° + جا ٧٥° جا ١٥° = جتا (٧٥ °– ١٥°) = جتا ٦٠° = $\frac{١}{٢}$

(٣) $\frac{\text{ظا ١٧٥° ــ ظا٢٥°}}{\text{١+ ظا ١٧٥° ظا ٢٥°}}$ = ظا (١٧٥° – ٢٥°) = ظا (١٥٠°)

= ظا (١٨٠° – ٣٠ °)= (– ظا ٣٠ °) = – $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$

تدريب (٣):

بدون استخدام حاسبة الجيب أوجد قيمة :

(١) جا٨٥° جتا ٢٥° ــ جتا ٨٥° جا ٢٥°

(٢) جتا٢٠° جتا ١٠° ــ جا ٢٠° جا ١٠°

(٣) $\frac{\text{ظا ٢٨° + ظا١٧°}}{\text{١ ــ ظا ٢٨° ظا ١٧°}}$

مثال (٤): أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية حيث ٠° < س < ٩٠°

ظا س + ظا ٢٠° + ظا س ظا ٢٠° = ١

الحل:

∵ ظا س + ظا ٢٠° + ظا س ظا ٢٠° = ١

∴ ظا س + ظا ٢٠° = ١ – ظا س ظا ٢٠° [بقسمة طرف المعادلة على(١ – ظا س ظا ٢٠°)]

∴ $\frac{\text{ظا س + ظا ٢٠°}}{\text{١ – ظا س ظا ٢٠°}}$ = ١

∴ ظا (س + ٢٠°) = ١ اما س + ٢٠° = ٤٥ ° ∴ س = ٢٥ °

أو س + ٢٠° = ٢٢٥ ° ∴ س = ٢٠٥ ° (مرفوض)

∴ مجموعة الحل = { ٢٥ °}

تدريب (٤): أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية حيث ٠° < س < ٩٠ °

جا (س + ٣٠°) = ٢ جتا س

مثال (٥): ﻫ ب حـ مثلث فيه : ظا ﻫ = $\frac{٣}{٤}$ ، ظا ب = $\frac{١}{٧}$

بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد: ق(∠حـ)

الحل:

∵ ﻫ + ب + حـ = ١٨٠° ∴ حـ = ١٨٠° – (ﻫ + ب)

∴ ظا حـ = ظا [١٨٠° – (ﻫ + ب)] = – ظا (ﻫ + ب) = – $\frac{\text{ظا ﻫ + ظا ب}}{\text{١ – ظا ﻫ ظا ب}}$



ظا حـ = − ($\frac{٣}{٤}$ + $\frac{١}{٧}$) ÷ (١ − $\frac{٣}{٤}$ × $\frac{١}{٧}$) = − $\frac{٢٥}{٢٨}$ ÷ $\frac{٢٥}{٢٨}$ = −١

∴ ق(∠حـ) = ١٣٥ °

تدريب (٥): ؀ ب حـ مثلث فيه ظا ؀ = $\frac{٤}{٥}$ ، ظا ب = $\frac{١}{٩}$

بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد: ق(∠حـ)

حل التدريبات

حل تدريب (١): (١) $\frac{\sqrt{٦}+\sqrt{٢}}{٤}$ (٢) $\frac{\sqrt{٦}+\sqrt{٢}}{٤}$

حل تدريب (٢): ظا ٦٠ ° = $\sqrt{٣}$

حل تدريب (٣): (١) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (٢) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (٣) ظا ٤٥ ° = ١

حل تدريب (٤): مجموعة الحل = { ٦٠ ° }

حل تدريب (٥): ق(∠حـ)= ١٣٥ °



تمارين على الدرس الثانى:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) جا $\frac{\pi}{١٢}$ جتا $\frac{\pi}{٤}$ + جتا $\frac{\pi}{١٢}$ جا $\frac{\pi}{٤}$ =............

أ) $\frac{١}{٢}$　　ب) ٢　　جـ) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$　　د) $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$

(٢) إذا كان : $\frac{ظا أ + ظا ب}{١ - ظا أ ظا ب} = ٣$ فإن : ظا (أ + ب) = ...

أ) $\frac{١}{٣}$　　ب) ٣　　جـ) $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$　　د) $\sqrt{٣}$

(٣) جا (θ + $\frac{\pi}{٦}$) = ...

أ) $\frac{١}{٢}$(جتا θ + $\sqrt{٣}$ جا θ)　　ب) $\frac{١}{٢}$(جتا θ + جا θ)

جـ) $\frac{١}{٢}$($\sqrt{٣}$ جتا θ + جا θ)　　د) $\frac{١}{٢}$($\sqrt{٣}$ جتا θ + $\sqrt{٢}$ جا θ)

(٤) جا ٤س جا٢س + جتا ٤س جتا٢س = ...

أ) جتا ٦س　　ب) جتا ٢س　　جـ) جا ٦س　　د) جا ٢س

(٥) جا ٧٥° جتا١٥° + جتا ٧٥° جا ١٥° = ...

أ) $\frac{١}{٢}$　　ب) ١　　جـ) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$　　د) صفر

(٦) $\frac{ظا ٧٠° + ظا ١٠°}{١ - ظا ٧٠° ظا ١٠°}$ =..........

أ) ظا ٨٠°　　ب) ١　　جـ) $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$　　د) $\sqrt{٣}$



(٧) جا(س - ٣٠°) + جتا(س - ٦٠°) = ...

ⓐ جا س ⓑ جا(س + ٣٠°) ⓒ $\sqrt{3}$ جا س ⓓ جتا(س + ٦٠°)

(٨) إذا كان : ظا ٢ + ظا ب = ٢ - ٢ ظا ٢ ظا ب فإن : ظا (٢ + ب) = ...

ⓐ $\frac{1}{2}$ ⓑ ١ ⓒ ٢ ⓓ ٤

(٩) إذا كان : ظا ٢ + ظا ب = ٦ ، ظتا ٢ + ظتا ب = $\frac{3}{2}$ فإن : ظا (٢ + ب) = ...

ⓐ $\frac{-1}{2}$ ⓑ ٢- ⓒ $\frac{-6}{5}$ ⓓ ١

(١٠) في الشكل المقابل :

إذا كان : △ ٢ ب حـ قائم الزاوية في ٢

، ب ء = ٧سم ، ٢ ء = ٢ حـ = ٥سم

فإن : ظا θ = ...

ⓐ $\frac{5}{13}$ ⓑ $\frac{5}{12}$ ⓒ $\frac{12}{35}$ ⓓ $\frac{7}{17}$

إجابات تمارين على الدرس الثانى:

(١)	(٢)	(٣)	(٤)	(٥)	(٦)
جـ	ب	٢	ب	ب	٢
(٧)	(٨)	(٩)	(١٠)		
جـ	جـ	ب	د		



الدرس الثالث :

عنوان الدرس الدوال المثلثية لضعف الزاوية

ملخص الدرس:

تذكر أن : (١) $جا^٢ ﺃ + جتا^٢ ﺃ = ١$

(٢) $ظا^٢ ﺃ + ١ = قا^٢ ﺃ$

(٣) $ظتا^٢ ﺃ + ١ = قتا^٢ ﺃ$

$قاﺃ = \frac{١}{جتاﺃ}$

$قتاﺃ = \frac{١}{جاﺃ}$

$ظتاﺃ = \frac{١}{ظاﺃ}$

من الدرس السابق : (١) جا (ﺃ+ب) = جاﺃ جتاب + جتاﺃ جاب

بوضع ب=ﺃ ∴ جا(ﺃ+ﺃ) = جاﺃ جتاﺃ + جتاﺃ جاﺃ

∴ **جا٢ﺃ = ٢جاﺃ جتاﺃ**

---

(٢) جتا (ﺃ+ب) = جتاﺃ جتاب − جاﺃ جاب

بوضع ب= ﺃ ∴ جتا(ﺃ+ﺃ) = جتاﺃ جتاﺃ − جاﺃ جاﺃ

∴ $جتا٢ﺃ = جتا^٢ ﺃ - جا^٢ ﺃ$

∴ $جتا٢ﺃ = ١ - ٢ جا^٢ ﺃ$

∴ $جتا٢ﺃ = ٢جتا^٢ ﺃ - ١$

تذكر أن

$جتا^٢ ﺃ = ١ - جا^٢ ﺃ$

$جا^٢ ﺃ = ١ - جتا^٢ ﺃ$

---

(٣) $ظا (ﺃ+ب) = \frac{ظاﺃ + ظاب}{١ - ظاﺃ ظاب}$

بوضع ب = ﺃ $ظا (ﺃ+ﺃ) = \frac{ظاﺃ + ظاﺃ}{١ - ظاﺃ ظاﺃ}$

∴ $ظا (٢ﺃ) = \frac{٢ظاﺃ}{١ - ظا^٢ ﺃ}$

(حيث : ظاﺃ معرفة ، $ظا^٢ ﺃ \neq ١$)

مثال (١):

اذا كان : جا ب = $\frac{٤}{٥}$ حيث ٠ < ب < ٩٠° بدون استخدام الحاسبة أوجد قيمة كل مما يلي :

(١) جا٢ب (٢) جتا ٢ب (٣) ظا ٢ب

الحل:

و حـ = $\sqrt{٢٥ - ١٦}$ = ٣

∴ جا ب = $\frac{٤}{٥}$ ، جتا ب = $\frac{٣}{٥}$ ، ظا ب = $\frac{٤}{٣}$

(١) جا ٢ب = ٢ جاب جتاب

$= ٢ \times \frac{٤}{٥} \times \frac{٣}{٥} = \frac{٢٤}{٢٥}$

(٢) جتا ٢ب = جتا^{٢}ب ـ جا^{٢}ب

$= \left[\frac{٣}{٥}\right]^{٢} - \left[\frac{٤}{٥}\right]^{٢} = \frac{-٧}{٢٥}$

(٣) ظا ٢ب = $\frac{\text{٢ظاب}}{١ - \text{ظا}^{٢}\text{ب}} = \frac{٢ \times \frac{٤}{٣}}{١ - \left[\frac{٤}{٣}\right]^{٢}} = \frac{-٢٤}{٧}$

حل آخر ظا٢ب = $\frac{\text{جا ٢ب}}{\text{جتا ٢ب}} = \frac{٢٤}{٢٥} \div \frac{-٧}{٢٥} = \frac{-٢٤}{٧}$

تدريب (١):

اذا كان : جا س = $\frac{٥}{١٣}$ حيث ٠ < س < ٩٠° بدون استخدام الحاسبة أوجد قيمة كل مما يلي : (١) جا٢س (٢) جتا ٢س (٣) ظا ٢س



مثال (٢):

أوجد قيمة كل مما يلى بدون استخدام حاسبة الجيب :

(١) ٢ جا ٣٠° جتا ٣٠° (٢) ٢ جتا^{٢} ١٥° ـ ١

(٣) $\frac{\text{٢ظا } ٢٢°\ ٣٠'}{\text{١ ـ ظا}^{٢}\ ٢٢°\ ٣٠'}$ (٤) جتا^{٢} ٢٢,٥° ـ جا^{٢} ٢٢,٥°

الحل:

(١) ٢ جا ٣٠° جتا ٣٠° = جا ٢ (٣٠°) = جا ٦٠° = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

(٢) ٢ جتا^{٢} ١٥° ـ ١ = جتا ٢ (١٥°) = جتا ٣٠° = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

(٣) $\frac{\text{٢ظا } ٢٢°\ ٣٠'}{\text{١ ـ ظا}^{٢}\ ٢٢°\ ٣٠'}$ = ظا ٢ (٢٢° ٣٠') = ظا ٤٥° = ١

(٤) جتا^{٢} ٢٢,٥° ـ جا^{٢} ٢٢,٥° = جتا ٢ (٢٢,٥°) = جتا ٤٥° = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

تدريب (٢):

أوجد قيمة كل مما يلى بدون استخدام حاسبة الجيب :

(١) ٢ جا ١٥° جتا ١٥° (٢) ٢ جتا^{٢} ٢٢,٥° ـ ١

(٣) $\frac{\text{٢ظا } ٣٠°}{\text{١ ـ ظا}^{٢}\ ٣٠°}$ (٤) جتا^{٢} ٧٥° ـ جا^{٢} ٧٥°

الدوال المثلثية لنصف الزاوية

(١) جتا س = ١ ـ ٢ $جا^{٢}$ $\left(\frac{س}{٢}\right)$

٢ $جا^{٢}$ $\left(\frac{س}{٢}\right)$ = ١ ـ جتا س

∴ جا $\left(\frac{س}{٢}\right)$ = ± $\sqrt{\frac{١ - جتاس}{٢}}$

بالمثل

جتا $\left(\frac{س}{٢}\right)$ = ± $\sqrt{\frac{١ + جتاس}{٢}}$

ظا $\left(\frac{س}{٢}\right)$ = ± $\sqrt{\frac{١ - جتاس}{١ + جتاس}}$

مثال (٣):

اذا كان : جا س = $\frac{-٤}{٥}$ ، ١٨٠° < س < ٢٧٠° بدون استخدام الحاسبة اوجد قيمة ما يلي

(١) جتا $\frac{س}{٢}$ (٢) جا $\frac{س}{٢}$

الحل:

∵ ١٨٠° < س < ٢٧٠° ∴ ٩٠° < $\frac{س}{٢}$ < ١٣٥° ($\frac{س}{٢}$ تقع في الربع الثانى)

(١) جتا $\frac{س}{٢}$ = ـ $\sqrt{\frac{١ + جتاس}{٢}}$ = ـ $\sqrt{\frac{١ + \left(\frac{-٣}{٥}\right)}{٢}}$ = ـ $\frac{\sqrt{٥}}{٥}$

(٢) جا $\frac{س}{٢}$ = $\sqrt{\frac{١ - جتاس}{٢}}$ = $\sqrt{\frac{١ - \left(\frac{-٣}{٥}\right)}{٢}}$ = $\frac{٢\sqrt{٥}}{٥}$



تدريب (٣):

اذا كان : جا س = $\frac{٨}{١٧}$، ٠° > س > ٩٠° بدون استخدام الحاسبة اوجد قيمة ما يلي

(١) جتا $\frac{س}{٢}$　　(٢) جا $\frac{س}{٢}$　　(٣) ظا $\frac{س}{٢}$

مثال (٤):

أوجد قيم س التي تحقق المعادلات التالية حيث س ∋ [٠ ، ٢ π]

(١) جا ٢س = $\sqrt{٣}$ جا س　　(٢) جتا ٢ س + ٣ جتا س +٢ = ٠

الحل:

(١) جا ٢س = $\sqrt{٣}$ جا س　　∴ ٢ جا س جتا س = $\sqrt{٣}$ جا س

∴ ٢ جا س جتا س – $\sqrt{٣}$ جا س = ٠　　∴ جا س (٢ جتا س – $\sqrt{٣}$) = ٠

اما : جا س = ٠　　و منها　　س = ١٨٠°

أو ٢ جتا س – $\sqrt{٣}$ = ٠　　∴ ٢ جتا س = $\sqrt{٣}$

∴ جتا س = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ > ٠　　(س تقع في الربع الأول أو الربع الرابع)

∴ س = ٣٠°　　أو　　س = ٣٦٠° – ٣٠° =٣٣٠°

∴ قيم س هى ٣٠° ، ١٨٠° ، ٣٣٠°



(٢) جتا ٢ س + ٣ جتا س +٢ = ٠ لكن : جتا٢س = ٢ جتا^{٢}س – ١

∴ ٢ جتا^{٢}س – ١ + ٣ جتا س +٢ = ٠

∴ ٢ جتا^{٢}س + ٣ جتا س + ١ = ٠

(٢ جتا س + ١) (جتا س + ١) = ٠

إما : ٢ جتا س + ١ = ٠

∴جتا س = $\frac{-١}{٢}$ < ٠ (س تقع في الربع الثانى أو الربع الثالث)

∴ س = ١٨٠° ــ ٦٠° = ١٢٠° أو س = ١٨٠° +٦٠° = ٢٤٠°

أو : جتا س + ١ = ٠ ∴ جتاس = – ١ ∴ س = ١٨٠°

∴ قيم س هى ١٢٠° ، ١٨٠° ، ٢٤٠°

تدريب (٤):

أوجد قيم س التي تحقق المعادلة التالية حيث س ∋] ٠ ، ٢ π [

جا ٢س = جا س



اجابات التدريبات

حل تدريب (١): (١) $\frac{١٢٠}{١٦٩}$ (٢) $\frac{١١٩}{١٦٩}$ (٣) $\frac{١٢٠}{١١٩}$

حل تدريب (٢): (١) $\frac{١}{٢}$ (٢) $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ (٣) $\sqrt{٣}$ (٤) $-\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

حل تدريب (٣): (١) $\frac{٤}{\sqrt{١٧}}$ (٢) $\frac{١}{\sqrt{١٧}}$ (٣) $\frac{١}{٤}$

حل تدريب (٤): قيم س هي : ٦٠° ، ١٨٠° ، ٣٠٠°



تمارين على الدرس الثالث

اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاه :

(١) اذا كان : جتا هـ = $\frac{٢}{٣}$ فان : جتا ٢ هـ = ...

(أ) $\frac{٤}{٩}$ (ب) $\frac{٢}{٣}$ (ج) $\frac{-١}{٩}$ (د) $\sqrt{٣}$

(٢) جا٤س جتا ٤س = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$ جا٤س (ب) جا٨س (ج) ٢ جا ٨س (د) $\frac{١}{٢}$ جا ٨ س

(٣) اذا كان : جا هـ = $\frac{-٣}{٥}$ فان : جتا ٢ هـ = ...

(أ) $\frac{١٦}{٢٥}$ (ب) $\frac{٧}{٢٥}$ (ج) $\frac{-٧}{٢٥}$ (د) $\frac{-١٦}{٢٥}$

(٤) اذا كان : جتا^{٤}س – جا^{٤}س = جتا ك س فان : قيمة ك = ...

(أ) ٢ (ب) ٤ (ج) ٦ (د) ٨

(٥) $\frac{٢جا٢س جتا٢ س}{جا^{٢}٢س - جتا^{٢}٢س}$ = ...

(أ) ظا ٢ س (ب) ظا ٤س (ج) جا ٢س (د) – ظا ٤ س

(٦) جتا ٢ س + جا^{٢}س = ...

(أ) جتا س (ب) جتا^{٢}س (ج) جا^{٢}س (د) ١



(٧) $\frac{\text{ظا س}}{1 - \text{ظا}^2\text{ س}}$ = ...

ⓐ ظا ٢ س　　ⓑ ٢ ظا س　　ⓒ ٢ ظا ٢ س　　ⓓ $\frac{1}{2}$ ظا ٢ س

(٨) جتا ٦ س + ١ = ...

ⓐ جتا^2 ٣س　　ⓑ ٢جتا^2 ٣س　　ⓒ ٢جتا^2 ٦س　　ⓓ جتا^2 ٦س

(٩) $\frac{1 - \text{ظا}^2\text{ س}}{1 + \text{ظا}^2\text{ س}}$ = ...

ⓐ جا ٢س　　ⓑ جتا ٢ س　　ⓒ جتاس　　ⓓ جا س

(١٠) اذا كان : جا س جتا^3 س + جتا س جا^3 س = $\frac{1}{4}$ حيث : ٠° < س < ٩٠°

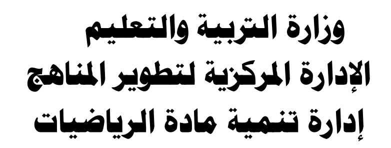
فإن : جتا ٤ س = ...

ⓐ $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　ⓑ $\frac{1}{2}$　　ⓒ $\frac{1}{\sqrt{2}}$　　ⓓ $\sqrt{3}$

حلول تمارين على الدرس الثالث:

(١)	(٢)	(٣)	(٤)	(٥)
$-\frac{1}{9}$	$\frac{1}{2}$ جا ٨ س	$\frac{7}{25}$	ك = ٢	ـ ظا ٤ س
(٦)	(٧)	(٨)	(٩)	(١٠)
جتا^2 س	$\frac{1}{2}$ ظا٢س	٢جتا^2 ٣س	جتا ٢ س	$\frac{1}{2}$





الدرس الثالث : السقوط الحر

المفاهيم الاساسية للدرس:

الأجسام المتحركة رأسيًا حركة حرة تكون حركتها بعجلة منتظمة معيارها (ء) حيث ء = ٩,٨ متر / ث^{٢} أ، ء = ٩٨٠ سم / ث^{٢} ،(ء) ترمز الي معيارعجلة الجاذبية الأرضية وبالتالى فهى تخضع لنفس قوانين الحركة المستقيمة ذات العجلة المنتظمة وبالتالى :

أولا : إذا كان الجسيم ساقطاً أو مقذوفاً إلى أسفل :

$$\text{ع} = \text{ع}_{\text{.}} + \text{ء ن}$$

$$\text{ف} = \text{ع}_{\text{.}}\ \text{ن} + \frac{١}{٢}\ \text{ء ن}^{٢}$$

$$\text{ع}^{٢} = \text{ع}_{\text{.}}^{٢} + ٢\ \text{ء ف}$$

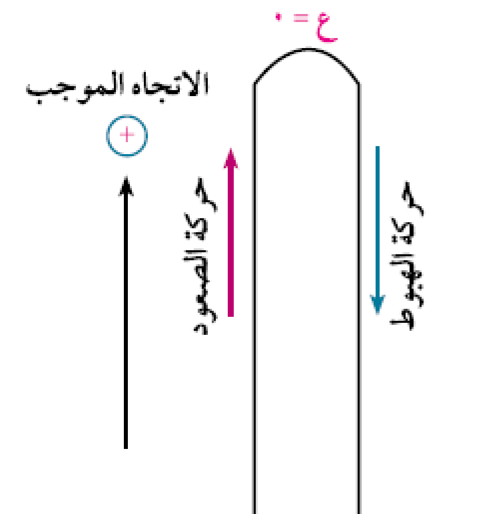
ثانيا : إذا كان الجسيم مقذوفا إلى أعلى :

$$\text{ع} = \text{ع}_{\text{.}} - \text{ء ن}$$

$$\text{ف} = \text{ع}_{\text{.}}\ \text{ن} - \frac{١}{٢}\ \text{ء ن}^{٢}$$

$$\text{ع}^{٢} = \text{ع}_{\text{.}}^{٢} - ٢\ \text{ء ف}$$





إيجاد زمن و مسافة أقصى ارتفاع لجسيم مقذوف راسيا إلى أعلى :

زمن الوصول لاقصى ارتفاع :

$\text{ع} = \text{ع}_{\text{.}} - \text{ء ن}$ **عند أقصى ارتفاع** $\text{ع} = \text{صفر}$

$$\text{ع}_{\text{.}} = \text{ء ن} \leftarrow \text{ن} = \frac{\text{ع}_{\text{.}}}{\text{ء}} = \frac{\text{مقدار سرعة القذف}}{\text{مقدار عجلة الجاذبية}}$$

مسافة أقصى ارتفاع : $٠ = \text{ع}_{\text{.}}^{٢} - ٢\ \text{جـ ف}$

$$\text{ف} = \frac{\text{ع}_{\text{.}}^{٢}}{٢\text{ء}} = \frac{\text{مربع مقدار سرعة القذف}}{\text{ضعف مقدار عجلة الجاذبية}}$$



ملاحظات :

إذا قذف جسيم رأسيًا إلى أعلى فإن :

(١) زمن الصعود = زمن الهبوط

(٢) مقدار السرعة التى يعود بها الجسيم إلى نقطة القذف = مقدار سرعة القذف بإشارتين مختلفتين

[مقدار سرعة الجسيم عند أى نقطة وهو صاعد تكون مساوية لمقدار سرعته عند مروره بنفس النقطة وهو هابط مع اختلاف اتجاهى السرعتين]

(٣) فى حالة الاجسام المقذوفة راسيا لاعلى ليس من الضرورى تكون الازاحة فى فترة زمنية ما مساوية للمسافة التى قطعها الجسم خلال الفترة .

(٤) سرعة الجسيم وهو صاعد تكون موجبة (أي ع > ٠) وهو هابط تكون سالبة (أي ع < ٠)

مثال (١):

سقط حجر صغير من قمة منزل وبعد ثانية واحدة وصل لسطح الارض احسب سرعة الحجر لحظة وصوله الى سطح الارض ، ثم احسب السرعة المتوسطة خلال تلك الفترة .ما هو ارتفاع المنزل ؟

الحل :

سرعة الحجر لحظة ارتطامه بالارض : ع. = ٠ ، ء = ٩,٨ م / ث^{٢} ، ن = ١ ثانية

ع = ع. + ء ن ع = ٠ + ٩,٨ × ١ = ٩,٨ م / ث

السرعة المتوسطة خلال الثانية = سرعة الحجر بعد نصف ثانية

= ٩,٨ × ٠,٥ = ٤,٩ م / ث

(ب) ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ ء ن^{٢} = ٠ + $\frac{١}{٢}$ × ٩,٨ × (١)^{٢} = ٤,٩ مترا

تدريب (١):

قذف حجر صغير فى بئر بسرعة ٥م/ث فوصل الى قاعه بعد ٢ ثانية أوجد عمق البئر وسرعة الحجر عند اصطدامه بالقاع



مثال (٢): قذف جسيم رأسيا لاعلى بسرعة ١٩,٦ م/ث أوجد زمن وصوله الى أقصى أرتفاع والمسافة التى وصل اليها

الحل :

$ع_. = ١٩,٦$ ، $ع = ٠$ ، $ء = ٩,٨$

$ع = ع_. - ء ن$ $٠ = ١٩,٦ - ٩,٨ ن$

$٩,٨ ن = ١٩,٦$ $ن = ٢$ ثانية

زمن الوصول الى أقصى ارتفاع = ٢ ثانية

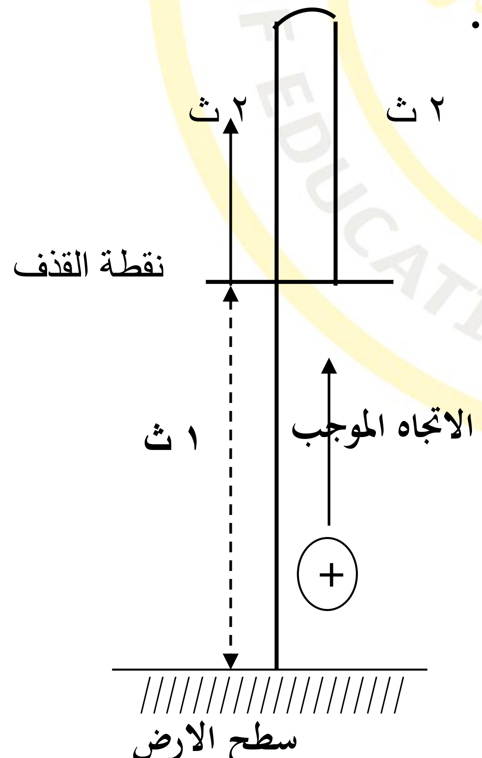
لايجاد المسافة التى وصل اليها:

$ف = ع_. ن - \frac{١}{٢} ء ن^٢ = ١٩,٦ \times ٢ - \frac{١}{٢} \times ٩,٨ \times ٤ = ١٩,٦$ مترا

تدريب (٢): قذف جسيم رأسيا لاعلى بسرعة ٤٩ م/ث فبعد كم ثانية يعود الى نقطة القذف

مثال (٣):

قـذفت كـرة صـغيرة رأسـيًا إلـى أعلـى مـن نافـذة أحـد المنـازل ، وشـوهدت الكـرة وهـى هابطـة أمـام النافـذة بعـد ٤ ثـوانى مـن قـذفها ثـم وصـلت إلـى سـطح الأرض بعد ٥ ثوانى من لحظة القذف . أوجد ارتفاع النافذة عن سطح الأرض .



الحل :

زمن الصعود = زمن الهبوط ← زمن الصعود = $\frac{٤}{٢} = ٢$ ث

فى حالة الصعود : $ع = ع_. - ء ن$

فى حالة أقصى ارتفاع $صفر = ع_. - ٩,٨ \times ٢$

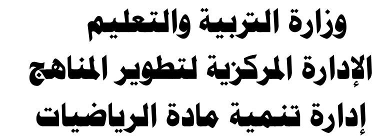
الكرة وصلت إلى سطح الأرض بعد ٥ ثوانى من لحظة القذف

الكرة تأخذ ١ ث من أمام النافذة حتى سطح الأرض أثناء الهبوط .

$ف = ع_. ن + \frac{١}{٢} ء ن^٢$

$ف = ١٩,٦ \times ١ + \frac{١}{٢} \times ٩,٨ (١)^٢$

$ف = ١٩,٦ + ٤,٩ = ٢٤,٥$ متر (ارتفاع النافذة)





تدريب (٣):

قذف حجر صغير بسرعة ١٩,٦ متر / ث رأسيًا إلى أعلى من قمة برج ارتفاعه ١٥٦,٨ متر عن سطح الأرض . متى يصل الحجر إلى سطح الأرض ؟ وما هى سرعته عندئذ ؟

مثال (٤):

قذف جسيم رأسيا إلى أعلى بسرعة ٢٤ متر / ث من نقطة أ على سطح الأرض .

أوجد الزمن الذى يأخذه حتى يصل إلى نقطة تبعد ٣٢,٤ متراً أسفل نقطة القذف.وما هى سرعته عندئذ ؟

الحل :

نتخذ الاتجاه الرأسي الى أعلى اتجاه موجباً

ع. = + ٢٤متر/ث ، ف = ـ ٣٢,٤ متر

ف = ع. ن ــ $\frac{١}{٢}$ ء ن^{٢}

ـ ٣٢,٤ = ٢٤ ن ـ $\frac{١}{٢}$ × ٩,٨ ن^{٢}

٤,٩ ن^{٢} ــ ٢٤ ن ــ ٣٢,٤ = ٠

٤٩ ن^{٢} ــ ٢٤٠ ن ـ ٣٢٤ = ٠

(ن ـ ٦)(٤٩ ن + ٥٤) = ٠

ن = ٦ أ، ن = ـ $\frac{٥٤}{٤٩}$ (مرفوض)

الزمن المطلوب = ٦ ثوان

ع = ع. ــ ء ن = ٢٤ ـ ٩,٨ × ٦ = ٣٤,٨م/ث

تدريب (٤):

قذف جسيم رأسيا إلى أعلى بسرعة ١٤,٧ متر/ ث من نقطة عند سطح الأرض
احسب ارتفاعه عن سطح الأرض عندما تصل سرعته ٤,٩ م/ث

مثال (٥):

سقط حجر من السكون من ارتفاع ٤, ٦متر فوق كومة من الرمل فغاص فيها مسافة ٣٢ سم.
أوجد العجلة التى تحرك بها الجسم داخل الرمل، الوقت الذى يستغرقه حتى يسكن داخل الرمل من لحظه سقوطه

الحل : ع. = ٠ ، ف = ٤, ٦ متر ، ء= ٩,٨ م / ث^{٢}

$ع^{٢} = ع_{.}^{٢} + ٢ ء ف \qquad ع^{٢} = ٠ + ٢ × ٩,٨ × ٤, ٦ = ١٢٥,٤٤$

ع = ١١,٢ م / ث

$ع = ع. + ء ن \quad \leftarrow \quad ١١,٢ = ٩,٨ ن \quad \leftarrow \quad ن = \frac{٨}{٧}$ ثانية

بعد الغوص فى الرمل : ع. = ١١,٢ م / ث ، ع = ٠ ، ف = ٠,٣٢ م

$ع^{٢} = ع_{.}^{٢} + ٢ جـ ف \quad \leftarrow \quad صفر = (١١,٢)^{٢} + ٢ جـ × ٠,٣٢$

$جـ = - \frac{(١١,٢)^{٢}}{٢ × ٠,٣٢} = -١٩٦$ م / ث^{٢}

$ع = ع. + جـ ن \quad \leftarrow \quad ١١,٢ = ١٩٦ ن \quad \leftarrow \quad ن = \frac{٢}{٣٥}$ ثانية

الزمن الكلى $= \frac{٨}{٧} + \frac{٢}{٣٥} = ١,٢$ ثانية

تدريب (٥):

سقط حجر من السكون من ارتفاع ١٠ متر فوق كومة من الرمل فغاص فيها مسافة ١٩٦ سم أوجد العجلة التى تحرك بها الجسم داخل الرمل.

حلول التدريبات

(١)	(٢)	(٣)	(٤)	(٥)
٢٩,٦ م ٢٤,٦ م/ث	١٠ ثانية	٨ ثانية ٥٨,٨ م/ث	٩, ٨ متر	- ٥٠ م/ث^{٢}



تمارين على الدرس الثالث

اختر الاجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه

١) إذا قذف جسم رأسيا لأعلى بسرعة مقدارها ٢٤,٥ م/ث فإنه يعود الى نقطة القذف بعد .... ث

أ) ٥ ب) ٢,٥ ج) ١٠ د) ٧,٥

٢) إذا سقط جسم من ارتفاع ١٠ متر فوق سطح الارض ، فإن سرعته لحظة إصطدامه بالأرض = ... م/ث

أ) ٧ ب) ٢٨ ج) ١٤ د) ١٩٦

٣) إذا قذف جسم رأسيا لأعلى من نقطة على سطح الارض وعاد لنقطه القذف بعد ٨ ثانية ، فإن زمن السقوط = ... ثانية

أ) ٣ ب) ٤ ج) ٨ د) ١٦

٤) إذا قذف جسم رأسيا لأعلى من نقطة على سطح الارض بسرعة مقدارها ٢١ م/ث فإن اقصى ارتفاع يصل اليه الجسم = ... متر

أ) ٥٠ ب) ٤٥ ج) ٩٠ د) ٢٢,٥

٥) سقط حجر من السكون من ارتفاع ١٩,٦متر فوق كومة من الرمل فغاص فيها مسافة ١٤ سم فإن العجلة التى تحرك بها الجسم داخل الرمل = ... م/ث^{٢}

أ) - ١٣٧٢ ب) - ٩,٨ ج) ١٩,٦ د) ١٣٧٢



٦) إذا قذف جسم رأسيا لأعلى فأنه يصل لأقصى ارتفاع عند .... = صفر

أ) جـ ب) ع. جـ) ع د) ف

٧) إذا قذف جسم رأسيا لأعلى وعاد مرة ثانية لنقطة القذف فإن .... = صفر

أ) جـ ب) ع. جـ) ع د) ف

٨) إذا قذف جسم رأسيا لأعلى بسرعة مقدارها ١٩,٦ م/ث من ارتفاع ٢٣٠,٤ م من سطح الارض ،

فإن اقصى ارتفاع يصل اليه الجسم = ... متر

أ) ١٢٥ ب) ١٩,٦ جـ) ٢٥٠ د) ١٠٠

٩) إذا قذف جسم رأسيا لأعلى بسرعة مقدارها ١٤ م/ث ، من نقطة على ارتفاع ٣٥٠ مترا من سطح الارض ،

فإن المسافة الكليه التى يقطعها الجسم حتى يصل الى سطح الارض = ... مترا

أ) ١٠ ب) ٣٥٠ جـ) ٢٠ د) ٣٧٠

١٠) إذا سقط جسم من ارتفاع ٤٠مترا عن سطح الارض وفى نفس اللحظه قذف جسم اخر من على سطح الارض رأسيا لأعلى بسرعة مقدارها ٢٠م/ث ، إذا التقى الجسمان بعد زمن ن ثانية فإن ن = ... ثانية

أ) ١ ب) ٢ جـ) ٣ د) ٤

اجابة التمارين على الدرس الثالث

١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
أ	جـ	ب	د	أ	جـ	د	جـ	د	ب

حمل الآن

مجانا وحصريا

المراجعة رقم (3)

اختبار شهر مارس





مراجعة اختبار شهر أبريل بحتة

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة

❶ عدد حدود المتتابعة الهندسية (٣، ٦، ١٢، .... ، ٧٦٨) هو ....

أ) ٦   ب) ٧   ج) ٨   د) ٩

❷ إذا كان الوسط الهندسي للعددين ٩، ص هو ١٥ فإن ص = ...

أ) ١٣٥   ب) ١٠   ج) ٢٥   د) ± ٢٥

❸ متتابعة هندسية تزايدية حدها الثاني = ٨ ومجموع حديها الأول والثالث = ٢٠ فإن حدها الرابع =............

أ) ١٢٠   ب) ١٦   ج) ٣٢   د) ٦٤

❹ متتابعة هندسية حدودها موجبة الفرق بين حديها الرابع والثاني = ٤٠ ، والفرق بين حديها الخامس والرابع ٣٦ فإن أساسها =........

أ) ٣   ب) ٢   ج) ١,٢   د) ١,٦

❺ متتابعة هندسية حدودها موجبة إذا كان حدها الأول = ٥٤ ، وحدها الرابع = ٢ فإن مجموع الأربعة حدود الأولي منها =.................

أ) ٥٠   ب) ٦٠   ج) ٧٠   د) ٨٠

❻ مجموع عدد لا نهائي من حدود المتتابعة الهندسية (١٦، ٨، ٤، .....) يساوي ....

أ) ١٦   ب) ٨   ج) ٣٠   د) ٣٢

❼ عددان وسطهما الحسابي م ووسطهما الهندسي ن فإن مجموع مربعي العددين =.....

أ) م^2 + ن^2 ب) ٢م^2 − ن^2 ج) ٤م^2 − ٢ن^2 د) ٤م^2

❽ لأي متتابعة هندسية يكون ح$_1$ × ح$_5$ = ...

أ) (ح$_3$)^2 ب) (ح$_1$)^2 ج) (ح$_5$)^2 د) (ح$_2$)^2

❾ الحد التالي في المتتابعة الهندسية (٨، ٦، $\frac{٩}{٢}$ ، $\frac{٢٧}{٨}$ ، .....) هو ....

أ) $\frac{١١}{٨}$ ب) $\frac{٢٧}{١٦}$ ج) $\frac{٩}{٤}$ د) $\frac{٨١}{٣٢}$

❿ جميع المتتابعات الآتية هندسية ما عدا ....

أ) (٣، −٦، ١٢، −٢٤، ....)   ب) ($\frac{٣}{٢}$، ١، $\frac{٢}{٣}$، $\frac{٤}{٩}$)

ج) (لو أ، لو أ^2، لو أ^3، لو أ^4،)   د) ($\frac{٣ب}{٢أ}$، ٣، $\frac{٦أ}{ب}$، $\frac{١٢أ^2}{ب^2}$)

⑪ إذا كانت أ ، ب ، جـ ثلاثة حدود موجبة ومتتالية من متتابعة هندسية فإن

(أ) $\frac{أ+جـ}{٢} >$　(ب) $\frac{أ+جـ}{٢} > ب$　(جـ) $\frac{أ+جـ}{٢} = ب$　(د) $ب^٢ = أ + جـ$

⑫ مجموع عدد غير منته من حدود المتتابعة (٨ ، ٤ ، ٢ ، ....) هو ....

(أ) ١٦　(ب) ٢٠　(جـ) ٢٤　(د) ٣٠

⑬ إذا كان مجموع عدد غير منته من حدود متتابعة هندسية أساسها $\frac{١}{٣}$ هو $١٣\frac{١}{٢}$ فإن حدها الأول يساوي ....

(أ) ٦　(ب) ٨　(جـ) ٩　(د) ١٢

⑭ متتابعة هندسية مجموع ن حدا الأولي منها يعطي بالعلاقة $جـ_ن = ٣^{ن+١} - ٤$ فإن الحد الثالث منها يساوي ....

(أ) ١٨　(ب) ٢٣　(جـ) ٥٤　(د) ٧٧

⑮ متتابعة هندسية حدها الأول يساوي مجموع الحدود التالية إلى ما لا نهاية فإن أساس هذه المتابعة = ...

(أ) ٠٫٥　(ب) ٠٫٣٣٣　(جـ) ٠٫٢٥　(د) ٠٫٦٦٦

⑯ $٢٠ \times \sum_{ر=١}^{\infty} \left(\frac{١}{٢}\right)^{ر-١} =$ ....

(أ) ٤٠٠　(ب) ١٠٠　(جـ) ٤٠　(د) ٨٠

⑰ المتتابعة الهندسية التي حدها الأول أ وأساسها ر تكون تناقصية إذا كان ....

(أ) $أ > ٠ ، -١ < ر < ٠$　(ب) $أ < ٠ ، -١ < ر < ٠$

(جـ) $أ < ٠ ، ٠ < ر < ١$　(د) $أ > ٠ ، ٠ < ر < ١$

⑱ إذا كانت أ ، ب ، جـ ، ء ، م أعداد موجبة في تتابع هندسي فإن الوسط لهذه الحدود ....

(أ) جـ　(ب) $\sqrt[٥]{أ ب جـ ء م}$　(جـ) $-$ جـ　(د) $-\sqrt[٥]{أ ب جـ ء م}$

⑲ الحد النوني للمتتابعة الهندسية (٢ ، ٤ ، ٨ ، ....) هو ....

(أ) $٢ + ٢^{ن-١}$　(ب) $٢^{ن-١}$　(جـ) $٢^{ن+١}$　(د) $٢^ن$

⑳ إذا كانت (أ ، ٣٢ ، ب ، جـ ، ٤ ، ......) متتابعة هندسية جميع حدودها موجبة فإن أ + ب + جـ = ...

(أ) ٦٤٠　(ب) ٢٤٠　(جـ) ١٢٠٠　(د) ٨٨

㉑ المتسلسلة التي يمكن جمع عدد لا نهائي من حدودها هي ....

(أ) ٢ + ٤ + ٦ + ...　(ب) ٢ + ٤ + ٨ + ...　(جـ) ٦ + ٤ + ٢ + ...　(د) ٨ + ٤ + ٢ + ...

٢٢ عدد حدود المتتابعة الهندسية (٢٤٣، ٨١، ٢٧، ....، $\frac{١}{٩}$) يساوي ....

أ ٦ ب ٧ ج ٨ د ٩

٢٣ إذا كان ٢م وسط هندسي بين م ، ٢م + ٦ فإن م = ...

أ ١ ب ٣ ج ٦ د ٥

٢٤ حاصل ضرب الحد ن من البداية في الحد رقم ن من النهاية في متتابعة هندسية يساوي ....

أ الحد الأول ب الحد الأخير ج حاصل ضرب الحد الأول في الأخير د لا شيء مما سبق

٢٥ إذا كانت س > صفر فإن أساس المتتابعة الهندسية (٤، ٤س – ٤، ٢س + ٦، ....)

أ ١ ب ٥ ج ٣ د ٢٤

٢٦ في المتتابعة الهندسية إذا كان $ع_{ن} ÷ ع_{ن+١} = ٣$ فإن أساس المتتابعة ر = ...

أ ٣ ب $\frac{١}{٣}$ ج $\frac{٤}{٣}$ د $\frac{٣}{٤}$

٢٧ قيمة أول حد تزيد قيمته عن ٢٠٠ في المتتابعة الهندسية (٦، ١٢، ٢٤، ......) هي .....

أ ٢٥٠ ب ٢٠١ ج ٣٨٤ د ٣٢٠

٢٨ متتابعة هندسية حدها الأل = ٢ وحدها السادس = ٦٤ فإن قيمة حدها الثالث =......

أ ١٦ ب ٤ ج ٨ د ٣٢

٢٩ متتابعة هندسية جميع حدودها موجبة فيها $ع_{٥} - ع_{٤} = ٣٦$ ، $ع_{٤} - ع_{٣} = ٤٠$ فإن قيمة $ع_{٢}$ = ...

أ ١ ب ٣٢ ج ٤ د ٣

٣٠ في المتتابعة الهندسية ($\frac{١}{٨}$، $\frac{١}{٤}$، $\frac{١}{٢}$، ١، ....) رتبة الحد الذي قيمته ١٠٢٤ هي ......

أ ١٠ ب ١٢ ج ١٤ د ١٦

٣١ كم حدا يمكن أخذه من المتتابعة الهندسية (٢، ٦، ١٨، ......) ابتداءا من الحد الأول ليكون المجموع ٦٠٦٠ ؟

أ ٧ ب ٨ ج ٩ د ١٠

٣٢ المتتابعة الهندسية التي مجموع حدودها ١٠٩٣ وحدها الأخير ٧٢٩ وأساسها ٣ فإن حدها الأول =............

أ ١ ب ٣ ج ٩ د $\frac{١}{٣}$

٣٣ مجموع الخمسة حدود الأولي من المتتابعة الهندسية (١، ٣، ٩، ....) ابتداء من الحد الثالث = ...

أ ٢٠ ب ١٠٨٩ ج ٥٤٤ د ١٠٢٤

٣٤ كم حدا يلزم أخذه من حدود المتتابعة الهندسية (٣، ٦، ١٢، ....) ابتداء من الحد الأول ليكون مجموع الحدود = ٣٨١ ؟

أ ٣ ب ٤ ج ١ د ٧

٣٥ إذا كان ن |٢ن − ١ = ١٢ فإن قيمة ن = ...

أ ١ ب ٢ ج ٣ د ٤

٣٦ إذا كان |ن − ٥ = ١ فإن ن ∈ ....

أ {٠، ١} ب {٦} ج {٥} د {٥، ٦}

٣٧ إذا كان |٧ = $^{٧}ل_{س}$ فإن س = ...

أ ٦ أو ٧ ب ٧ ج ١ أو صفر د ٥٠٤٠

٣٨ إذا كان $\frac{|٢ن \quad |ن-١}{|٢ن-١ \quad |ن+١} = \frac{١}{٣}$ فإن ن = ...

أ ٩ ب ٧ ج ٣ د ٥

٣٩ |ن .... |ن^{٢}

أ $<$ ب $>$ ج $\leq$ د $\geq$

٤٠ عدد حلول المعادلة $^{ن}ل_{٢} = ٢$ هو ....

أ صفر ب ١ ج ٢ د عدد لا نهائي

٤١ إذا كان |ن = ١٢٠ فإن $^{ن}ل_{ن}$ = ...

أ ١ ب ٦ ج ١٢٠ د ٢٤

٤٢ إذا كان |ن + ١ = ٣٠ |ن − ١ فإن ن = ...

أ ٢٩ ب ٦ ج ٥ د ٣٠

٤٣ |٥ − |٤ = ...

أ ١ ب ٤ |٤ ج ٤ |٥ د ٥ |٤

٤٤ $^{ن}ل_{٢}$ يمكن أن تساوي ....

أ ٢٤ ب ٣٥ ج ٤٢ د ٤٨

٤٥ إذا كان $^{٦}ل_{ر} = ٣٦٠$ فإن قيمة ر = ...

أ ٢ ب ٣ ج ٤ د ٥

٤٦) إذا كان $\overline{٥-ن}| = |\overline{ن-٥}$ فإن ن = ...

أ) ٢ ب) ٣ ج) ٤ د) ٥

ثانيا حساب المثلثات

١) إذا كانت ∠أ تكمل ∠ب فإن جتاأ جتاب − جاأ جاب = ...

أ) صفر ب) ١ ج) −١ د) ٢

٢) جا(٣٠° − أ) + جتا(أ − ٦٠°) = ...

أ) جتاأ ب) −جتاأ ج) جاأ د) −جاأ

٣) إذا كانت س زاوية حادة ، جاس جتا٣٥° − جتاس جا٣٥° = $\frac{١}{٢}$ فإن س = ...

أ) ٦٠° ب) ٦٥° ج) ٢٠° د) ٣٠٠°

٤) إذا كان ظاأ = ٢، ظاب = $\frac{١}{٣}$ ، حيث أ ، ب زاويتين حادتين فإن أ − ب = ...

أ) ٦٠° ب) ٣٠° ج) ١٣٥° د) ٤٥°

٥) إذا كان $\frac{ظاس - ظا١٠°}{١ + ظاس ظا١٠°}$ = ١ فإن س بالدرجات = ...

أ) ٤٥° ب) ٥٥° ج) ٣٥° د) ١٤٥°

٦) $\frac{ظاأ - ظاب}{}$ = $\frac{............}{جتاأ جتاب}$

أ) جا(أ+ب) ب) جا(أ−ب) ج) جتا(أ−ب) د) جاأ−جاب

٧) إذا كان أ ب ج د شكل رباعي دائري فإن جتاأ جتاج − جاأ جاج = ...

أ) ٠ ب) ١ ج) −١ د) ١٨٠

٨) إذا كان ظاس = $\frac{١}{٢}$ فإن ظا٢س = ... حيث س زاوية حادة

أ) ١ ب) $\frac{٣}{٤}$ ج) $\frac{١}{٢}$ د) $\frac{٤}{٣}$

٩) إذا كانت جتاس = $\frac{٢}{٣}$ فإن جتا٢س = ... حيث س زاوية حادة

أ) $\frac{١}{٩}$ ب) $-\frac{١}{٩}$ ج) $\frac{٤}{٣}$ د) $\frac{٢}{٩}$

١٠) إذا كانت جتاس = $\frac{٧}{٢٥}$ فإن جا$\frac{س}{٢}$ = ...

أ) $\frac{١٦}{٢٥}$ ب) $\frac{٣}{٥}$ ج) $\frac{٤}{٥}$ د) $\frac{٥}{٤}$

١١ إذا كان جاس+جتاس= $\frac{٧}{٥}$ ، س زاوية حادة فإن جا٢س = ...

أ $\frac{٢٤}{٢٥}$ ب $\frac{٧}{٢٥}$ جـ $\frac{-٧}{٢٥}$ د $\frac{-٢٤}{٢٥}$

١٢ جتا⁴ $\frac{أ}{٢}$ − جا⁴ $\frac{أ}{٢}$ = ...

أ جاأ ب جتاأ جـ ٢جتاأ د ٢جاأ

١٣ إذا كان ظاس − ظتاس = ٣ فإن ظا٢س = ...

أ ٦ ب $\frac{٢}{٣}$ جـ $\frac{-٢}{٣}$ د $\frac{٣}{٢}$

١٤ إذا كان جاس جتا³س − جتاس جا³س = $\frac{١}{٨}$ فإن جا٤س = ...

أ ١ ب $\frac{١}{٢}$ جـ $\frac{١}{٤}$ د $\frac{١}{٨}$

ثالثا التفاضل والتكامل

١ إذا كان ص=ع³−ع² ، ع=٢س+١ فإن $\frac{دص}{دس}$ = ... عند س = −١

أ ٨ ب ١٠ جـ −١٠ د −٨

٢ إذا كانت د(٣−٢س)=٣س²+١ فإن د´(٧)= ....

أ −١٢ ب −٢ جـ ٦ د ٤٢

٣ إذا كان س²+ص²=٩+٢س ص فإن $\frac{دص}{دس}$ = ...

أ −١ ب ١ جـ $\frac{س+ص}{ص−س}$ د $\frac{س−ص}{ص+س}$

٤ إذا كان ص=ع²+ع ، ع=٢س² فإن $\frac{دص}{دس}$ − $\frac{دع}{دس}$ = ...

أ ٤س⁴+٢س² ب ١٦س² جـ ١٦س³ د ٨س⁶

٥ مشتقة س⁶ بالنسبة إلى س³ هي ....

أ س³ ب ٢س³ جـ ٣س² د ٦س⁶

٦ إذا كان ص=(ع+١)³ ، ع=س⁵−١ فإن $\frac{دص}{دس}$ = ...

أ س¹⁵ ب س⁸ جـ ١٥س¹⁴ د ٨س⁷

٧ إذا كانت ص⁴=س³ فإن $\frac{دص}{دس}$ = ...عندما س = ١

أ ±$\frac{٤}{٣}$ ب ١ جـ ±$\frac{٣}{٤}$ د صفر

٨ إذا كان د(س) = ظتا (٥س − π) فإن د$'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ = ...

أ ٥ ب −٥$\sqrt{2}$ جـ ١٠ د ١٠$\sqrt{3}$

٩ إذا كان ص=قتا٢س فإن $\frac{دص}{دس}$ = ...عند س = $\left(\frac{\pi}{6}\right)$

أ $\frac{-3}{4}$ ب $\frac{-4}{3}$ جـ $\frac{-1}{2}$ د $\sqrt{3}$

١٠ إذا كان ص=جا٢س فإن $\frac{دص}{دس}$ = ...عند س = $\left(\frac{\pi}{6}\right)$

أ ٢ ب ١ جـ $\frac{1}{2}$ د $\sqrt{3}$

١١ $\frac{د}{دس}$ $\left(جتا \frac{\pi}{3}\right)$ = ...

أ $\frac{1}{2}$ ب صفر جـ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ د $\frac{\sqrt{3}}{2}$س

١٢ إذا كان ص=جا^2 ٣س فإن $\frac{دص}{دس}$ = ...

أ ٢جا٣س ب ٢جتا٣س جـ ٦جتا٣س د ٦جا٣س جتا٣س

١٣ إذا كان د(س) = (٥−٢ظاس)^3 فإن د$'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ = ...

أ −١٠٨ ب −٥٤ جـ ٥٤ د ١٠٨

١٤ المشتقة الأولي للدالة د(س) = جاس جتاس هي.........

أ $\frac{1}{2}$جاس ب $\frac{1}{2}$جتاس جـ جتا٢س د جا٢س

١٥ إذا كان (جاس+جتاس)^2 فإن د$'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ = ...

أ ٢ ب −٢ جـ صفر د −١

١٦ $\frac{د}{دس}$[(قاس−١)(قاس+١)] = ...

أ قا^{2}س ظا^{2}س ب ٢قا^{2}س ظاس جـ قا^{2}س ظاس د قا^{4}س

١٧ $\frac{د}{دس}$[(١+ظا^{2}س)^3] = ...

أ ٦قا^{5}س ظاس ب ٦قا^{6}س ظاس جـ ٣قا^{2}س ظاس د ٣قا^{4}س ظاس

١٨ إذا كان د(س) = قا٢س − ظا٢س فإن د َ(−١) = ...

أ −١ ب ١ ج صفر د ٢

١٩ إذا كانت ص = جاس فإن ص َ = ...

أ ص جتاس ب ص ظاس ج ص ظتاس د ص جاس

٢٠ المماس للمنحني ص = (٣س − ٥)٣ عند النقطة (٢، ١) يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة ظلها = ...

أ ٢ ب ٣ ج ٧ د ٩

٢١ ميل المماس لمنحني الدالة د حيث د(س) = ٣س٢ + ٢س − ١ عندما س = ٢ هو ....

أ ٤ ب ٨ ج ١٨ د ١٤

٢٢ معادلة المماس لمنحني الدالة د حيث د(س) = س٢ + ٣ عندما س = ١ هي ....

أ ص = ٢س ب ص − ٢س = ٥ ج س + ص = ٢ د ٢س − ص + ٢ = ٠

٢٣ النقطة الواقعة على المنحني ص = $\frac{١}{س − ٣}$ والتي يكون عندها المماس يوازي المستقيم س + ص = ٠ من النقط التالية هي ....

أ $(-٢، \frac{-١}{٥})$ ب (−٤، ٤) ج (٤، ١) د (٢، −٢)

٢٤ عدد النقط الواقعة على المنحني ص = (س − ٣)٢ والتي يكون عندها المماس يوازي المستقيم ٢س + ص − ٣ = ٠ هو ....

أ ١ ب ٢ ج ٣ د ٤

٢٥ معادلة العمودي على المماس للمنحني ص = $\frac{س^٢ - ١}{٢ - س^٢}$ عند النقطة (١، ٠) هي ......

أ س − ٢ص = ٠ ب ٢ص + س − ١ = ٠ ج ٢ص + س + ١ = ٠ د ٢س − ص = ٠

الأسئلة المقالية أجب عن الأسئلة الآتية

❶ في المتتابعة الهندسية (١، ٣، ٩، ..) أوجد ع٧ وكذلك أوجد رتبة الحد الذي قيمته ٢١٨٧

الحل

❷ إذا كان الأعداد (٥، س، ص، ١٣٥، .....) في تتابع هندسي أوجد قيمة س، ص.

الحل

❸ متتابعة هندسية حدودها موجبة حدها الخامس = ٨١، النسبة بين حديها الثاني وحدها الرابع كنسبة ١:٩ أوجد المتتابعة؟

الحل

❹ عددان وسطهما الحسابي ٥ ووسطهما الهندسي ٤ أوجد العددان

الحل

❺ أدخل ٤ أوساط هندسية بين ٢٤٠، ٥ و٧

الحل

❻ أوجد مجموع المتتابعة الهندسية

(– ٤، ٢، – ١، ..... ، $\frac{١}{٨}$)

الحل

❼ متتابعة هندسية حدها الثالث = ٩

وحدها السادس = ٢٤٣ أوجد المتتابعة ثم

أوجد مجموع الستة حدود الأولي منها.

الحل

❽ كم حدا يلزم أخذه من حدود المتتابعة

الهندسية (٢، ٦، ١٨، ......) ابتداءا من

حدها الأول حتي يصبح المجموع ٦٥٦٠ .

الحل

❾ إذا كان مجموع ن حدا من متتابعة

هندسية يعطي بالعلاقة $جـ_ن = ١٢٨ - ٢^{٧-ن}$

أوجد المتتابعة ثم أوجد حدها السابع.

الحل

❿ أوجد المتتابعة الهندسية التي مجموع حدودها ٥١٠ وحدها الأول ٢ وحدها الأخير ٢٥٦

الحل

⓫ مجموع عدد غير منته من متتابعة هندسية يساوي ١٦ وحدها الثاني – ٢١ فما هي المتتابعة؟

الحل

⓬ إذا كان ص = ع^{٢} + ع ، ع = ٢س^{٢} اثبت أن

$\frac{ءص}{ءس} - \frac{ءع}{ءس} = ١٦س^{٣}$

الحل

⓭ إذا كانت ص^{٣} = ٢س^{٢} + ٥س – ٧ أوجد

$\frac{ءص}{ءس}$

الحل

⓮ أوجد المشتقة الأولي للدالة

د(س) = جتا٤س^{٢}

الحل

⓯ أوجد المشتقة الأولي للدالة

د(س) = قاس^{2} + ظا(٢س + ٥)

الحل

⓰ إذا كان ص = قتا٥س فاثبت أن

$\frac{دص}{دس}$ + ٥ص ظتا س = ٠

الحل

⓱ أوجد معادلة المماس للمنحني

ص = س^{3} − ٣س^{2} عند النقطة (١، −٢)

الحل

⓲ أوجد النقط الواقعة علي المنحني

ص = س^{3} − ٣س^{2} +١ والتي يكون عندها

المماس موازيا لمحور السينات

الحل

⓳ أوجد النقط الواقعة علي المنحني

ص = س^{2} − ٤س والتي يكون عندها المماس

عمودي علي المستقيم ٢ص = س + ٣

الحل

مراجعة شهر أبريل تطبيقية

السؤال الأول اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات الصحيحة

❶ قذف جسم لأعلي بسرعة مقدارها ٩٨م/ث فإن زمن وصوله إلى أقصي ارتفاع =.......

(أ) ١٠ ثواني (ب) ١٥ ثانية (ج) ٣ ثواني (د) ٢٠ ثانية

❷ سقط جسم رأسيا لأسفل فإن سرعته بعد ٤ ثواني تساوي .... م / ث

(أ) ٣٥,١ (ب) ٣٦,٢ (ج) ٣٩,٢ (د) ٢٥,٣

❸ قذف حجر صغير في عمق بئر بسرعة ٤ م / ث فوصل إلى قاعه بعد ٢ ثانية فإن سرعة الحجر عند الاصطدام بالقاع =................

(أ) ٢٢,٦ (ب) ٢٣,٦ (ج) ٣٣,٢ (د) ٣٥,٣

❹ قذف جسيم رأسيا لأعلي بسرعة ١٤ م / ث فإن الزمن الذي يأخذه الجسيم حتي يصل إلى نقطة تبعد ٣٥٠ م أسفل نقطة القذف =............

(أ) ٥ (ب) ٧ (ج) ٨ (د) ١٠

❺ قذف جسيم رأسيا لأعلي فإن المسافة التي يقطعها في كل ثانية أثناء صعوده ....

(أ) تتناقص بمقدار ٤,٩ متر (ب) تتناقص بمقدار ٩,٨
(ج) تتزايد بمقدار ٩,٨ متر (د) تظل ثابتة

❻ قذف جسم رأسيا لأعلي بسرعة ٢٤,٥ م / ث فإن زمن وصوله إلى نقطة القذف مرة أخري =.....

(أ) ٢,٥ (ب) ٥ (ج) ١٥ (د) ١٠

❼ قذف جسيم رأسيا لأعلي من نقطة علي سطح الأرض فعاد إليها بعد ١٠ ثواني فإن أقصي ارتفاع يصل إليه الجسم =.....

(أ) ٦٢,٥ (ب) ١٢٢,٥ (ج) ٩٢,٥ (د) ١٠٠

❽ قذف جسم لأعلي بسرعة ابتدائية مقدارها ١٤ م / ث فوصل إلى أقصي ارتفاع ثم عاد لنقطة القذف فإن المسافة المقطوعة =.....................م

(أ) صفر (ب) ١٠- (ج) ٢٠ (د) ٢٨

❾ سقط جسم من ارتفاع ١٥٠ م فإن المسافة المقطوعة في الثواني الثالثة والرابعة والخامسة من لحظة سقوطه =...............

(أ) ٣٤,٤ (ب) ١٠٢,٩ (ج) ٣٩,٢ (د) ١١٧,٦

❿ إذا قذف جسم رأسيا لأعلي من نقطة علي سطح الأرض وعاد لنقطة القذف بعد ٨ ثانية فإن زمن السقوط =............ثانية

(أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٨ (د) ١٦

⓫ إذا سقط جسم من ارتفاع ٤٠ مترا عن سطح الأرض وفي نفس اللحظة قذف جسم أخر من علي سطح الأرض رأسيا لأعلي بسرعة مقدارها ٢٠ م / ث ، إذا التقي الجسمان بعد ن ثانية فإن ن =........ ثانية

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

⑫ سقط جسمان من ارتفاعان ف ، ٢ف عن سطح الأرض فإن النسبة بين سرعتيهما لحظة وصولهما لسطح الأرض تساوي........

(أ) ٢:١ (ب) ٤:١ (ج) ١:٢ (د) ١ : $\sqrt{2}$

⑬ لتحديد ارتفاع كوبري فوق نهر النيل يسقط شخص حجر ويقيس زمن وصول الحجر إلى الماء فإذا كان زمن وصول الحجر إلى الماء = ٢,٥ ثانية فإن ارتفاع الكوبري ≃ ....متر

(أ) ٤٢ (ب) ٣٣ (ج) ٣١ (د) ٢٩

⑭ إذا كان أحد لاعبي كرة السلة يستطيع الوثب ١,٢٩ متر فإن الزمن اللازم لهذا اللاعب حتي يقفز ويعود إلى نقطة القفز ≃ ...... ثانية

(أ) ٠,٥ (ب) ١,٠٣ (ج) ١,٣٥ (د) ٢,٧

⑮ إذا سقط جسم من ارتفاع ١٩,٦ متر علي أرض رملية فغاص فيها ١٤ سم حتي سكن فإن عجلة حركة الجسم داخل الرمل =......... م / ث^2

(أ) -١٣٧٢ (ب) -٩,٨ (ج) ١٩,٦ (د) ١٧٣٢

⑯ تم قذف كرتان بنفس مقدار السرعة الابتدائية من أعلي منزل إحداهما لأعلي والأخري لأسفل قارن بين سرعتي الكرتين قبل الوصول إلى الأرض مباشرة.

(أ) الكرة التي قذفت لأعلي تتحرك أسرع لأن سرعتها الابتدائية لأعلي

(ب) الكرة التي قذفت لأسفل تتحرك أسرع لأن سرعتها الابتدائية لأسفل

(ج) لهما نفس مقدار السرعة

(د) الكرة التي قذفت لأعلي تتحرك أسرع لأن عجلتها أكبر

⑰ قذف جسم رأسيا لأسفل بسرعة ٢٠,٦ م / ث من قمة برج ارتفاعه ١٠٥,٩ متر فإن السرعة التي يصل بها إلى سطح الأرض =.............م / ث

(أ) ٣٥ (ب) ٥٠ (ج) ٣٨ (د) ٢٩,٤

⑱ قذفت كرة رأسيا لأعلي فوصلت إلى ارتفاع ٥ متر ثم عادت إلى نقطة القذف مرة أخري فإن مقدار الإزاحة الحادثة =.......متر

(أ) ١٥ (ب) ١٠ (ج) ٥ (د) صفر

⑲ قذفت كرة رأسيا لأعلي ثم عادت لنقطة القذف بعد أن قطعت مسافة ٢٤٥ سم فإن زمن الوصول إلى أقصي ارتفاع =...........ث

(أ) ٠,٥ (ب) ١ (ج) ٢ (د) ١,٥

⑳ سقط جسيم من ارتفاع ٤٤,١ م نحو سطح الأرض فإن سرعته عندما يصل إلى سطح الأرض =....م/ ث

(أ) ١٩,٦ (ب) ٩,٨ (ج) ٢٩,٤ (د) ٩٩٤

㉑ سقطت كرة من ارتفاع ٩٠م عن سطح الأرض وعند وصولها إلى سطح الأرض ارتدت ثانية إلى أعلي بسرعة مقدارها تساوي نصف مقدار سرعة وصولها إلى الأرض فإن أقصي ارتفاع تصل إليه الكرة =.......م

(أ) ٤٥ (ب) ١٨ (ج) ٢٢,٥ (د) ١٩,٦

٢٢ قذف جسم رأسيا لأعلي فإن عجلة الجسم عند أقصي ارتفاع يساوي ....

أ صفر ب ٩,٨ م / ث^{٢} لأسفل ج ٩,٨ م / ث^{٢} لأعلي د تعتمد علي سرعة القذف

٢٣ كمية حركة سيارة كتلتها ٢ طن تتحرك في خط مستقيم بسرعة منتظمة ٥٤ كم / ساعة =....كجم .م/ث

أ ١٠٨ ب ٣٠٠٠ ج ٣٠٠٠٠ د ٣٠٠٠٠٠

٢٤ جسم كتلته ٥٠٠ جم يسقط من ارتفاع ٤,٩ متر عن سطح الأرض فإن كمية حركة الجسم لحظة وصوله الأرض=...........كجم.م/ث

أ ٢,٤٥ ب ٤,٩ ج ٢٤٥٠ د ٤٩٠٠

٢٥ جسم من المطاط كتلته ١٠٠ جرام يتحرك أفقيا بسرعة ١٢٠ سم / ث عندما اصطدم بحائط رأسي وارتد في اتجاه عمودي علي الحائط بعد أن فقد ثلثي سرعته فإن مقدار التغير في كمية حركة الجسم المطاطي نتيجة التصادم =....... جم .م / ث

أ ١٠٨ ب ١٦٠ ج ١٦٠٠٠ د ٦٠٠٠٠

٢٦ سيارة كتلتها ٢ طن تتحرك من السكون بعجلة منتظمة مقدارها ١٥٠ سم /ث^{٢} فإن التغير في كمية الحركة خلال الثانية الخامسة =......كجم .م / ث

أ ٢٥٠ ب ٣٠٠٠ ج ٣٠٠٠- د ٢٥٠-

٢٧ إذا تحرك جسم كتلته ثابتة وتساوي ك بتسارع ج فإن كمية حركته ....

أ تقل ب تزداد ج تظل ثابتة د المعطيات غير كافية

٢٨ إذا كان مقدار كمية حركة الكرة أ ضعف مقدار كمية حركة الكرة ب ، وكانت كتلة الكرة أ تساوي نصف كتلة الكرة ب فإن النسبة بين سرعة الكرة أ إلى سرعة الكرة ب =.........

أ ١:١ ب ٢:١ ج ٤:١ د ١:٤

٢٩ قذيفة كتلتها ١ كجم تنطلق بسرعة ٧٢٠ كم / ساعة نحو دبابة كتلتها ٥٠ طن تتحرك نحو المدفع بسرعة مقدارها ٢٠ م / ث فإن مقدار كمية حركة القذيفة بالنسبة للدبابة =.......كجم . م / ث

أ ٢٠٠ ب ٢٢٠ ج ١٠^{٧} د ١,١ × ١٠^{٧}

٣٠ إذا سقط جسم كتلته ٥٠٠ جم من ارتفاع ما عن سطح الأرض فكانت كمية حركته عند اصطدامه بالأرض تساوي ٨٤٠٠ جم .م / ث فيكون الارتفاع =........م

أ ٢٨,٨ ب ٥٧,٦ ج ١٤,٤ د ١٦,٨

٣١ إذا قذف جسم رأسيا لأعلي بسرعة ع م / ث إلى أقصي ارتفاع ف متر فإن زمن الوصول إلى أقصي ارتفاع =....ثانية

أ $\frac{ع}{٢د}$ ب $\frac{ع}{د}$ ج $\frac{ع^{٢}}{٢د}$ د $\frac{٢ع}{د}$

٣٢ عند إصابة شخص برصاصة فقط تقذفه مسافة ما عن موضعه بسبب ....

أ صغر كتلة الرصاصة ب كبر كتلة الشخص

ج انتقال كمية حركة الرصاصة إلى الشخص د كبر كثافة الرصاصة

٣٣ إذا تحرك جسيم بحيث كانت كمية حركته ثابتة فإن ....

(أ) كتلة الجسم ثابتة ويتحرك بسرعة متغيرة
(ب) كتلة الجسم متغيرة ويتحرك بسرعة ثابتة
(ج) كتلة الجسم تتناسب عكسيا مع سرعته
(د) كتلة الجسم تتناسب عكسيا مع سرعته

٣٤ إذا تحرك جسيم في خط مستقيم بسرعة منتظمة تحت تأثير القوتين $\overrightarrow{ق_١} = ٢أ\overrightarrow{س} - ٣\overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ق_٢} = ٦\overrightarrow{س} + ب\overrightarrow{ص}$ فإن أ+ب = ...

(أ) -٣
(ب) ٣
(ج) صفر
(د) ٦

٣٥ تتحرك دبابة بسرعة منتظمة علي طريق أفقي ضد مقاومات تعادل ٩٠ ث .كجم لكل طن من كتلتها فإذا كانت قوة محركها ٤٥٠٠ ث.كجم فإن كتلة الدبابة =..........طن.

(أ) ٤٩
(ب) ٥٠
(ج) ١٩٦
(د) ٤٩٠

٣٦ يهبط مظلي رأسيا بسرعة منتظمة فإذا كان الوزن الكلي له والمظلة ٨٥ ث. كجم فإن مقدار قوة مقاومة الهواء للمظلة =........ث. كجم

(أ) صفر
(ب) ٨,٦٧
(ج) ٨٥
(د) ٨٣٣

٣٧ طائرة هيلكوبتر وزنها ٨ ث.طن تتحرك رأسيا ضد مقاومات ٣٠٠ ث.كجم لكل طن من كتلتها فإن قوة محرك الطائرة عندما تتحرك بسرعة منتظمة صاعدة رأسيا لأعلي =........ث.كجم

(أ) ١٠٤
(ب) ١٠٤٠
(ج) ١٠٤٠٠
(د) ١٠٤٠٠٠

٣٨ سيارة كتلتها ٤ أطنان تتحرك علي طريق أفقي بسرعة منتظمة فإذا كانت قوة المحرك ١٢٠ث.كجم فإن المقاومة لحركة السيارة لكل طن من الكتلة =........

(أ) ٤ ث. طن
(ب) ٣٠ ث.كجم
(ج) ١٢٠ كجم
(د) ٤٨٠ ث.كجم

٣٩ وضع جسم كتلته ٣٠ كجم علي مستو أفقي وربط بحبل يميل علي الأفقي بزاوية قياسها٦٠ ° ، وعندما شد الحبل بقوة ١٨ ث.كجم تحرك الجسم حركة منتظمة علي المستوي فإن رد الفعل العمودي علي الجسم =.....ث.كجم

(أ) ٢٨
(ب) ٩
(ج) ١٤,٤
(د) ١٦

٤٠ سيارة كتلتها ٤ طن تصعد منحدرا يميل علي الأفقي بزاوية قياسها ٣٠ ° بسرعة منتظمة فإذا كانت مقاومة الاحتكاك والهواء لحركة السيارة هي ٢٠ ث.كجم لكل طن من الكتلة فإن القوة المحركة للسيارة =.....ث.كجم

(أ) ٣٢٠٠
(ب) ٢٠٨٠
(ج) ٨٠
(د) ١٩٠

٤١ سقطت كرة كتلتها ٣٠ جم في سائل لزج فإذا كانت مقاومة السائل لحركة الكرة تتناسب مع سرعة هبوط الكرة داخل السائل وتبلغ هذه المقاومة ٢٥ث.جم عندما كانت سرعة هبوطها ١٢سم/ث فإن سرعة هبوطها حين تصبح منتظمة =...........

(أ) ٣٠
(ب) ٢٥
(ج) ١٤,٤
(د) ٥٢

٤٢ قطار كتلته ٢٤٠ طن تجره قاطرة بقوة ثابتة مقدارها ١٢ث.طن فإذا كانت المقاومة لحركة القطار تتناسب مع مربع سرعته وكانت المقاومة ٨ث.كجم لكل طن من الكتلة المتحركة عندما كانت سرعة القطار ٤٥كم/ ساعة فإن أقصي سرعة للقطار =..........م/ ث

أ) ١١٢,٥ ب) ١٠,٥ ج) ٢٠٠ د) ٤٥

٤٣ وزن جندي ومعداته ٩٠ث.كجم ومقاومة الهواء لحركته تتناسب مع مربع سرعته فإذا كانت أقصي سرعة هبوط للجندي ١٢كم/ساعة فإن مقاومة الهواء عندما كانت سرعته ٨كم/ساعة =.........ث.كجم

أ) ١٦٠٠ ب) ٤٠ ج) ٨٠ د) ٦٠

٤٤ في الشكل المقابل إذا كان الجسم ساكنا فإن ك − ن = ...

٣٠نيوتن ، ن ، ك ، ٤٠ نيوتن ، ن ، ٨٠نيوتن

أ) ٨٠ ب) ٩٠ ج) ٧٠ د) ٤٠

٤٥ في الشكل المقابل

إذا كان الجسم يتحرك بسرعة منتظمة

فإن ك + ن =..............

٢ن ، ٢٦٠ نيوتن ، ١٨٠ نيوتن ، ٣ن + ١٠ ، ١٣٠ نيوتن ، ك ، ٤٠ نيوتن

أ) ١٨٠ ب) ٦٠ ج) ٢٠ د) ٥٠

٤٦ سحب جسم بسرعة منتظمة علي مستوي أفقي بقوة شد مقدارها ١٢٠٠ث.كجم تميل علي الأفقي بزاوية قياسها ٦٠ ° ضد مقاومات مقدارها = $\frac{1}{2}$ وزن الجسم فإن وزن الجسم =..........ث.كجم

أ) ٦٠٠ ب) ٨٠٠ ج) ١٢٠٠ د) ٢٤٠٠

٤٧ تهبط كرة معدنية صغيرة وزنها ١٣٠ ث.جم رأسيا في سائل، وجد انها تقطع مسافات متساوية في أزمنة متساوية فإن مقدار قوة مقاومة السائل لحركة الكرة =.........ث.جم

أ) ٦٥ ب) ١٣٠ ج) ٢٦٠ د) ٣٢,٥

٤٨ ١٤٧ نيوتن =.......ث.كجم

أ) ٠,١٥ ب) ١٥ ج) ١٤٧ د) ١٤٤٠,٦

٤٩ أثرت قوة مقدارها ٦ ث. كجم علي جسم فأكسبته عجلة مقدارها ٤,٩ م / ث^{2} فإن كتلة هذا الجسم =.........ث.كجم

أ) ١١٧,٦ ب) ١٢ ج) ١,٢ د) ٢٩,٤

٥٠ جسمان ساكنان النسبة بين كتلتيهما ٣:٤ أثرت في كل منهما قوة مقدارها ن فإن النسبة بين عجلتي حركتيهما =.........

أ) ٣:٤ ب) ٣:٧ ج) ٤:٧ د) ١٢:٧

٥١ دفع رجل سيارة ساكنة كتلتها ٩٨٠ كجم بقوة ثابتة أصبحت سرعتها ٤٥سم/ث بعد ٥ ثواني فإن القوة التي يدفع بها الرجل السيارة إذا كانت المقاومة ٥٠ ث.كجم =............ث.كجم

أ ٤٠ ب ٤١ ج ٤٢ د ٤٣

٥٢ سيارة كتلتها ٤,٩ طن أثرت عليها قوة فأصبحت سرعتها ٢٧ كم / ساعة خلال دقيقة واحدة، فإن القوة التي أثرت علي السيارة =........ث.كجم

أ ٦٢,٥ ب ٦٥ ج ٧٢ د ٧٤

٥٣ أطلقت رصاصة كتلتها ٧ جم أفقيا من فوهة مسدس بسرعة ٢٤٥م/ث علي حاجز رأسي من الخشب فغاصت فيه ١٢,٢٥ سم قبل أن تسكن فإن مقاومة الخشب للرصاصة =............

أ ١٧٠١٥ نيوتن ب ١٧٥ نيوتن ج ١٧٥ ث.كجم د ١٧١٥ ث.كجم

٥٤ طائرة هيلكوبتر كتلتها ٣ طن تتحرك رأسيا لأسفل بعجلة منتظمة ضد مقاومات ٤٠٠ ث.كجم لكل طن فإذا كانت قوة رفع الطائرة ١٧٢٥ ث.كجم فإن عجلة الحركة =........م/ث^2

أ ٢٤٥ ب ٠,٢٤٥ ج ٣٤٥ د ٠,٣٤٥

٥٥ صندوق كتلته ١٠٠ كجم، يرفع رأسيا بحبل بعجلة منتظمة قدرها ٢٥ سم / ث^2 فإن قوة الشد في الحبل مع إهمال المقاومة =............نيوتن

أ ٨٠ ب ٩٠ ج ١٠٥ د ١٢٠

٥٦ في الشكل المقابل

مقدار العجلة الناشئة من تأثير القوتين ٢٤،١٦ نيوتن علي جسم كتلته ٨ كجم بوحدة م/ ث^2 =............

أ ٢,٤ ب ٤,٨ ج ٦,٤ د ٩,٦

ثانيا الأسئلة المقالية : أجب عن الأسئلة الآتية

١ سقطت كرة من المطاط من ارتفاع ١٠ متر فاصطدمت بالأرض وارتدت رأسيا إلى أعلي مسافة ٢,٥ متر احسب سرعة الكرة قبل وبعد اصطدامها بالأرض مباشرة.

الحل

٢ سقط جسم من ارتفاع ١٩,٦ متر علي أرض رملية فغاص فيها ١٤ سم حتي سكن فأوجد عجلة الجسم داخل الرمل؟

الحل

❸ قذف حجر صغير في بئر بسرعة ٤ م/ ث فوصل إلى قاعه بعد ٢ ثانية أوجد:-

أولا : عمق البئر

ثانيا : سرعة الحجر عند اصطدامه بقاع البئر



❹ صاروخ كتلته ٤ طن بما فيه من الوقود انطلق بسرعة ٢٠٠م/ث ويقذف الوقود بمعدل ثابت قدره ١٠٠ كجم/ث مع بقاء كمية الحركة ثابتة فأوجد سرعة الصاروخ بعد ١٠ ثواني بوحدة كم/ساعة.

الحل

❺ فصلت العربة الأخيرة من قطار سكة حديد وكتلتها ٢٤,٥ طنا عندما كانت سرعتها ٥٤كم/ س فتحركت بتقصير منتظم وتوقفت بعد ١٢٥ مترا، أوجد مقدار المقاومة التي أثرت علي العربة المنفصلة بثقل الكيلوجرام؟



❻ سقط جسم كتلته ٢ كجم من ارتفاع ١٠ متر نحو أرض رملية فغاص فيها مسافة ٥ سم، احسب بثقل الكيلو جرام مقدار مقاومة الرمل بفرض ثبوتها.

الحل

❼ سقطت كرة من ارتفاع ٥٠ متر عن سطح الأرض وعند وصولها للأرض ارتدت ثانية إلى أعلي بسرعة تساوي ثلث مقدار سرعة وصولها للأرض أوجد أقصي ارتفاع تصل إليه الكرة.

الحل

❽ تهبط سيارة علي مستوي مائل بسرعة ثابتة فإذا أبطل السائق المحرك وكانت تصعد نفس المستوي بسرعة ثابتة أيضا وكانت قوة محركها = وزن السيارة فأوجد زاوية المستوي علي الأفقي.

الحل

❾ قاطرة كتلتها ٣٠ طن وقوة آلتها ٥١ طن ث.طن تجر عدد من العربات كتلة كل منها ١٠ طن لتصعد منحدر يميل علي الأفقي بزاوية ٣٠ ° بسرعة منتظمة، فإذا كانت المقاومة لحركة القاطرة والعربات ١٠ث.كجم لكل طن من الكتلة فما هو عدد العربات؟

الحل

❿ قاطرة تجر قطارا علي طريق أفقي بسرعة منتظمة فإذا كانت كتلة القاطرة والقطار معا ٤٠٠ طن ومقدار قوة القاطرة ٣٠٠٠ث.كجم أوجد مقدار المقاومة لحركة القطار بثقل كيلو جرام لكل طن من الكتلة.

الحل

⓫ وضع جسم كتلته ٢٠ كجم علي مستو أفقي وربط بحبليين أفقيين قياس الزاوية بينهما ١٢٠ ° وكان مقدار قوة الشد في الحبلين ٣٠٠ث.كجم وتحرك الجسم علي المستوي حركة منتظمة فأوجد مقدار واتجاه مقاومة المستوي لحركة الجسم.

الحل

⑫ تسير سيارة وزنها ١٠ث.كجم علي طريق أفقي بسرعة منتظمة وعندما وصلت إلى منحدر يميل علي الأفقي بزاوية جيبها $\frac{١}{٢٠}$ أوقف السائق محرك السيارة فهبط المنحدر بسرعة منتظمة أيضا فإذا كان مقدار مقاومة المنحدر لحركة السيارة تعادل $\frac{٢}{٣}$ مقدار مقاومة الطريق الأفقي لها فأوجد مقدار قوة محرك السيارة علي الطريق الأفقي.

الحل

⑬ أثرة قوة علي جسم ساكن كتلته ١٠ كجم فحركته في اتجاهها مسافة ٣٠٠ مترا في الثواني الخمس الأولي من حركته أوجد مقدار هذه القوة بثقل الكيلو جرام.

الحل

⑭ أثرت قوة أفقية مقدارها ٨٠٠ ث.كجم علي سيارة كتلتها ٢ طن تسير علي طريق أفقي فإذا بدأت السيارة من السكون وبلغت سرعتها ٣٠ م/ث في ٧ ثواني، أوجد المقاومة بالثقل كجم.

الحل

⑮ سيارة كتلتها ١٠ طن تسير بسرعة منتظمة ٦٥كم/ ساعة ، أوقف سائقها محركها فتوقفت بعد أن قطعت مسافة ٤٩ مترا، أوجد مقدار قوة المقاومة مقدرة بثقل الطن.

الحل

⓰ أثرت قوة مقدارها ١٦٠ نيوتن ويصنع اتجاهها زاوية قياسها ٦٠° مع الرأسي لأسفل علي جسم كتلته ١٢ كجم موضوع علي سطح أفقي أملس أوجد العجلة التي يتحرك بها الجسم وكذلك مقدار قوة رد الفعل العمودي.



⓱ طائرة عمودية كتلتها ١٠ طن تصعد رأسيا لأعلي بعجلة مقدارها ٣ م/ث^{٢} فإذا كان مقدار قوة محركها ٢٠٠٠٠ث.كجم أوجد مقدار المقاومة لكل طن من كتلتها بوحدة الثقل كيلو جرام .



⓲ أطلقت رصاصة كتلتها ٥٠ جرام علي هدف خشبي ثابت بسرعة ١٠٠ م/ث فغاصت فيه مسافة ٢٥ سم حتي سكنت فأوجد مقدار مقاومة الهدف مقدرة بالنيوتن وإذا كان سمك هذا الهدف ١٥ سم فأوجد مقدار السرعة التي تخرج بها الرصاصة من الهدف في هذه الحالة.



حمل الآن

مجانا وحصريا

المراجعة رقم (4)

اختبار شهر مارس








الرياضيات التطبيقية للصف الثاني الثانوي

الدرس الاول : كمية الحركة

كمية حركة جسم متحرك هي كمية متجهه لها نفس اتجاه السرعة $\overrightarrow{مر} = ك \overrightarrow{ع}$

وفي حالة الحركة الخطية $مر = ك\ ع$

وحدة قياس كمية الحركة: وحدة قياس الكتلة × وحدة قياس السرعة

اذا كان ك بالكيلو جرام ، ع بالمتر فإن مر = كجم . م/ث وهكذا

بعض التحويلات الهامة

① طن = ١٠٠٠ كجم ② كجم = ١٠٠٠ جم ③ كم = ١٠٠٠ متر

④ متر = ١٠٠ سم ⑤ كم/س = $\frac{٥}{١٨}$ م/ث

مثال ١ احسب كمية حركة جسم كتلته ٧٠ كجم يتحرك بسرعة ٢٠ م/ث

الحل

مر = ك ع = ٧٠ × ٢٠ = ١٤٠٠ كجم . م/ث

مثال ٢ احسب كمية حركة سيارة كتلتها ١٢ طن تتحرك بسرعة ٣٦ كم/س بوحدة كجم . م/ث

الحل

ك = ١٢ × ١٠٠٠ = ١٢٠٠٠ كجم ، ع = ٣٦ × $\frac{٥}{١٨}$ = ١٠ م/ث

مر = ك ع = ١٢٠٠٠ × ١٠ = ١٢٠٠٠٠ كجم . م/ث

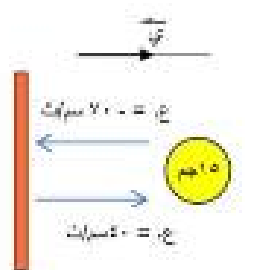


التغير في كمية الحركة

① $\Delta \vec{م} = ك (ع_٢ - ع_١)$ ② $\Delta \vec{م} = ك \int_{ن_١}^{ن_٢} جـ \, د ن$

مثال ٤ كرة كتلتها ١٥ جرام تتحرك بسرعة ٢,٥٢ كم/س اصطدمت بحائط رأسي وارتدت بسرعة ٤٠ سم/ث
أوجد مقدار التغير في كمية الحركة

الحل



بفرض $\vec{ى}$ متجه وحدة في اتجاه الحركة بعد التصادم

$\therefore$ ع₁ $= ٢,٥٢ \times \frac{٥}{١٨} \times ١٠٠ = -٧٠$ سم/ث ، ع₂ $= ٤٠$ سم/ث

$\therefore \Delta \vec{م} = ك (ع_٢ - ع_١) = ١٥ (٤٠ - (-٧٠)) = ١٥ \times ١١٠ = ١٦٥٠$ جم . سم/ث

يمكن الحل باستخدام معيار السرعة

① اذا كان ع₁ ، ع₂ لهما نفس الاتجاه فإن Δ م = ك (ع₂ - ع₁)

② اذا كان ع₁ ، ع₂ في اتجاهين متضادين Δ م = ك (ع₂ + ع₁)

تذكر : معادلات الحركة في خط مستقيم

① ع = ع. + جـ ن ② ع² = ع.² + ٢ جـ ف ③ ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ جـ ن²

- عند الحركة الرأسية تستبدل العجلة جـ بعجلة الجاذبية ء حيث ء = ٩,٨ م/ث²
- اذا سقط جسم من سكون من ارتفاع ف فإن السرعة التي يصل بها سطح الارض ع = $\sqrt{٢ء ف}$
- اذا قذف جسم رأسيا لأعلا ووصل لحالة سكون لحظي على ارتفاع ف فإن ع. = $\sqrt{٢ء ف}$



مثال ٥ سقطت كرة من المطاط كتلتها ٢٠٠ جم من ارتفاع ٩٠ سم عن سطح الأرض فارتدت الى ارتفاع ٤٠ سم احسب بوحدة كجم م/ث مقدار التغير في كمية حركة الكرة نتيجة التصادم

الحل

في حالة السقوط : الجسم سقط من سكون من ارتفاع ٩٠ سم

ع١ = $\sqrt{٢ جف} = \sqrt{٢ \times ٩٨٠ \times ٩٠} = ٤٢٠$ سم /ث

∴ ع١ = ٤,٢ م/ث

في حالة الارتداد : الجسم وصل لحالة سكون بعد مسافة ٤٠ سم

ع٢ = $\sqrt{٢ جف} = \sqrt{٢ \times ٩٨٠ \times ٤٠} = ٢٨٠$ سم /ث

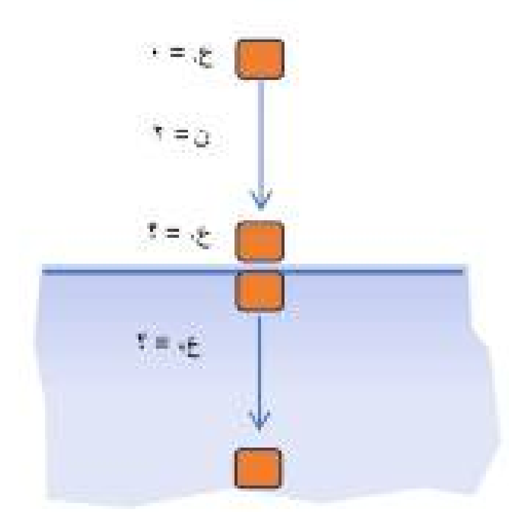
∴ ع٢ = ٢,٨ م/ث

∵ السرعتان في اتجاهين متضادين

∴ Δ م = ك (ع١ + ع٢) = ٠,٢ (٢,٨ + ٤,٢) = ١,٤ كجم . م/ث

مثال ٦ حجر كتلته ٨٠٠ جم سقط من سكون لمدة ثانيتين ثم اصطدم بسطح بركة وغاص في الماء بسرعة منتظمة فقطع مسافة ١٢ متر في ٣ ثواني اوجد التغير في كمية الحركة نتيجة التصادم بسطح الماء

الحل



قبل الاصطدام بسطح الماء : ع. = ٠ ، ن = ٢ث ، ء = ٩,٨ م/ث^{٢}

ع = ع. + ءن = ٠ + ٩,٨ × ٢ = ١٩,٦ م/ث

∴ ع١ = ١٩,٦ م/ث

بعد الاصطدام بسطح الماء : الجسم تحرك بسرعة منتظمة ع = $\frac{ف}{ن}$

∴ ع٢ = $\frac{١٢}{٣}$ = ٤ م/ث

∵ السرعتان في نفس الاتجاه

∴ Δ م = ك (ع١ − ع٢) = ٠,٨ (١٩,٦ − ٤) = ١٢,٤٨ كجم . م/ث



(١) اذا كانت الكتلة متغيرة بمعدل ثابت فان : $ك = ك_{٠} + \frac{دك}{دن} \times ن$

(٢) اذا كانت كمية الحركة ثابتة فان : $ك_{١} ع_{١} = ك_{٢} ع_{٢}$

(٣) السرعة النسبية لجسمين اذا تحركا في نفس الاتجاه . $ع = ع_{١} - ع_{٢}$

(٤) السرعة النسبية لجسمين اذا تحركا في اتجاهين متضادين . $ع = ع_{١} + ع_{٢}$

مثال ٨ صاروخ كتلته ١٠ طن يتحرك بسرعة ثابتة ١٨٠ كم/س ، ينفث الغاز بمعدل ٢٠ كجم/ث اوجد كمية حركة الصاروخ بعد ٤ دقائق

الحل

$ك_{٠} = ١٠٠٠٠$ كجم $\qquad \frac{دك}{دن} = -٢٠$ كجم/ث

$ع = ١٨٠ \times \frac{٥}{١٨} = ٥٠$ م/ث $\qquad$ ٤ دقائق $= ٤ \times ٦٠ = ٢٤٠$ ث

$ك = ك_{٠} + \frac{دك}{دن} \times ن = ١٠٠٠٠ - ٢٠ \times ٢٤٠ = ٥٢٠٠$ كجم

$م = ك ع = ٥٢٠٠ \times ٥٠ = ٢٦٠٠٠٠$ كجم . م/ث

مثال ٩ قذيفة كتلتها ١ كجم تتحرك بسرعة ١٠٠ م/ث نحو دبابة كتلتها ٢٠ طن ، اذا كانت الدبابة تتحرك نحو القذيفة بسرعة ٣٦ كم/س اوجد كمية حركة القذيفة بالنسبة للدبابة

الحل

سرعة القذيفة $ع_{١} = ١٠٠$ م/ث، سرعة الدبابة $ع_{٢} = ٣٦ \times \frac{٥}{١٨} = ١٠$ م/ث

كمية حركة القذيفة بالنسبة للدبابة = كتلة القذيفة × السرعة النسبية = ١ × ١١٠ = ١١٠ كجم. م/ث

∵ الجسمان يتحركان في اتجاهين متضادين فان سرعة التصادم = ١٠٠ + ١٠ = ١١٠ م/ث

تمارين(٢)

١) احسب كمية حركة دراجة كتلتها ٣٥ كجم تتحرك بسرعة ثابتة مقدارها ١٢ م/ث
[٤٢٠ كجم . م/ث]

٢) احسب كمية حركة قطار كتلته ٤٠ طن يتحرك بسرعة ثابتة ٧٢ كم/س في اتجاه الشمال
[٨٠٠٠٠٠ كجم . م/ث]

٣) احسب كمية حركة سيارة كتلتها ٨٠٠ كجم تتحرك بسعة ١٢٦ كم/س
[٢٨٠٠٠ كجم . م/ث]

٤) سيارة كتلتها ١٢٠٠ كجم تتحرك في خط مستقيم بحيث كان ف = $ن^٣$ – ١٢ $ن^٢$ حيث ف مقاسة بالمتر اوجد كمية حركة السيارة بعد ٤ ث من بدء الحركة.
[٥٧٦٠٠ كجم . م/ث]

٥) عربة سكة حديد كتلتها ١٥ طن تتحرك بسرعه ٤٠ م/ث اصطدمت بالحاجز في نهاية الخط وارتدت بسرعة ٣٠ م/ث احسب التغير في كمية حركتها
[١٠٥٠٠٠٠ كجم . م/ث]

٦) كرة كتلتها ٥٠ جرام تتحرك بسرعة ٥٠٠ سم /ث اصطدمت بحائط رأسي وارتدت بسرعة ٣٠٠ سم/ث اوجد مقدار التغير في كمية الحركة نتيجة التصادم
[٤٠٠٠٠ جم . سم/ث]

٧) كرة كتلتها ٢٠٠ جرام تتحرك افقيا بسرعة ٤٠ م/ث اصطدمت بحائط رأسي وارتدت وكان مقدار التغير في كمية الحركة نتيجة التصادم ١٢ كجم . م/ث احسب سرعة الكرة بعد التصادم
[٢٠ م/ث]

٨) كرة كتلتها ١٠٠ جرام تتحرك افقيا بسرعة ١٢٠ سم/ث اصطدمت بحائط رأسي وارتك بعد ان فقدت ثلثي سرعتها نتيجة التصادم اوجد مقدار التغير في كمية الحركة نتيجة التصادم
[١٦٠٠٠ جم . سم/ث]

٩) سقطت كرة من المطاط كتلتها ٢٠٠ جم من ارتفاع ٩٠ سم عن سطح الارض فارتدت الي ارتفاع ٤٠ سم احسب بوحدة كجم م/ث ، مقدار التغير في كمية حركة الكرة نتيجة التصادم
[٠,٤ كجم . م/ث]

١٠) سقطت كرة من المطاط كتلتها $\frac{١}{٢}$ كجم من ارتفاع ٨,١ م عن سطح الارض فارتدت الي ارتفاع ٣,٦ م احسب التغير في كمية حركة الكرة نتيجة التصادم
[١٠,٥ كجم . م/ث]

١١) سقطت كرة من ارتفاع ٢,٥ م عن سطح الارض وارتدت الي ارتفاع ١,٦ م بعد اصطدامها بسطح الارض فإذا كان التغير في كمية حركتها نتيجة التصادم ٦٣٠ كجم . سم/ث احسب كتلة الكرة
[$\frac{١}{٢}$ كجم]

١٢) من نقطة اسفل سقف غرفة بمسافة ٢٤٠ سم قذفت كرة كتلتها ٤٠ جرام بسرعة ٩٨٠ سم/ث رأسيا لأعلي فاصطدمت بالسقف وتغيرت بذلك كمية حركتها بمقدار ٠,٠٤ كجم . م/ث اوجد سرعة ارتداد الكرة
[٣٠٠سم/ث]

١٣) سقط حجر كتلته ٩٠ جم من سكون وبعد ٣ ثوان من سقوطه اصطدم بسطح سائل فسار فيه بسرعة منتظمة فقطع ٢,٤ متر في نصف ثانية اوجد التغير في كمية الحركة نتيجة التصادم
[٢,٢٥٠ كجم . م/ث]



الرياضيات التطبيقية للصف الثاني الثانوي

اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :-

① كمية حركة رصاصة كتلتها ١٠٠ جم تتحرك بسرعة ٢٤٠ م/ث..............

(أ) ٢٤×١٠^{-٣} جم . م/ث　　(ب) ٢٤×١٠^{٤} جم . م/ث　　(حـ) ٢٤ كجم . م/ث　　(د) ٢٤×١٠^{٣} كجم . م/ث

② كمية حركة سيارة كتلتها ٢ طن تتحرك بسرعة ٥٤ كم/س..............

(أ) ١٠٨ طن. م/ث　　(ب) ٣٠ طن . كم/س　　(حـ) ٣٠٠٠٠ كجم . م/ث　　(د) ١٠٨٠٠٠ كجم . م/ث

③ جسم كتلته ٥٠٠ جم يسقط من ارتفاع ٤,٩ م عن سطح الارض فإن كمية الحركة لحظة وصولة سطح الارض..............

(أ) ٢,٤٥ كجم . م/ث　　(ب) ٤,٩ كجم . م/ث　　(حـ) ٢٤٥٠ كجم . م/ث　　(د) ٤٩٠٠ كجم . م/ث

④ صاروخ كتلته ٤ طن بما فيه من وقود ، انطلق بسرعة ٢٠٠ م/ث ، يقذف الوقود بمعدل ١٠٠ كجم /ث مع بقاء كمية الحركة ثابتة فإن سرعة الصاروخ بعد ١٠ ثوان..............كم/س

(أ) $\frac{٨٠٠}{٣}$　　(ب) ٦٠٠　　(حـ) ٨٠٠　　(د) ٩٦٠

⑤ قذيفة كتلتها ١ كجم تتحرك بسرعة ٧٢٠ كم/س نحو دبابة كتلتها ٥٠ طن ، اذا كانت الدبابة تتحرك نحو القذيفة بسرعة ٢٠ م/ث فإن كمية حركة القذيفة بالنسبة للدبابة..............

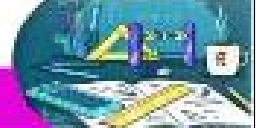
(أ) ٢٠٠ كجم . م/ث　　(ب) ٢٢٠ كجم . م/ث　　(حـ) $١٠^{٧}$ كجم . م/ث　　(د) $١,١ \times ١٠^{٧}$ كجم . م/ث

⑥ قذيفة كتلتها ١ كجم تتحرك بسرعة ٧٢٠ كم/س نحو دبابة كتلتها ٥٠ طن ، اذا كانت الدبابة تتحرك نحو القذيفة بسرعة ٢٠ م/ث فإن كمية حركة الدبابة بالنسبة للقذيفة..............

(أ) ٢٠٠ كجم . م/ث　　(ب) ٢٢٠ كجم . م/ث　　(حـ) $١٠^{٧}$ كجم . م/ث　　(د) $١,١ \times ١٠^{٧}$ كجم . م/ث







الدرس الثالث : القانون الثاني لنيوتن

تعلم من القانون الأول لنيوتن أن محصلة القوى المؤثرة على جسم متحرك بسرعة منتظمة تنعدم، أما إذا كانت محصلة القوى المؤثرة على الجسم لا تساوى صفرا، فإن الجسم سيتحرك بعجلة.

القانون الثاني لنيوتن: معدل التغير في كمية الحركة يتناسب مع القوة المحدثة له، ويحدث في اتجاه القوة

اذا كان الجسم متحرك بعجلة فإن: ك جـ = ق − م

∴ ك جـ = مجموع القوي في اتجاه الحركة − مجموع القوي في اتجاه عكس الحركة

وحدات قياس القوة :-

1 وحدات مطلقة (نيوتن − داين)

2 وحدات تثاقلية (ث.كجم ، ث.جم)

حركة جسم تحت تأثير قوة ق ومقاومة م امثلة (حركة قطار − سيارة − جسم)	حركة جسم في تحت تأثير قوة مائلة ق على اتجاه الحركة ومقاومة م امثلة (شد جسم بحبل مائل)	حركة جسم تحت تأثير مقومة فقط امثلة (قذيفة − رصاصة − ابطال المحرك − استخدام فرامل)
اتجاه الحركة → ، م ← ■ → ق	اتجاه الحركة → ، م ← ■ → ق جتاهـ	اتجاه الحركة → ، م ← ■
ك جـ = ق − م	ك جـ = ق جتاهـ − م	ك جـ = − م
حركة جسم رأسيا لأسفل تحت تأثير وزنه امثلة (سقوط حر − حركة في سائل او رمل)	حركة طائرة او منطاد رأسيا لأسفل	حركة طائرة او منطاد رأسيا لأعلى
اتجاه الحركة ↓ ، م ↑ ، ك ء ↓	اتجاه الحركة ↓ ، ق+م ↑ ، ك ء ↓	اتجاه الحركة ↑ ، ق ↑ ، ك ء+م ↓
ك جـ = ك ء − م	ك جـ = ك ء − (ق+م)	ك جـ = ق − (ك ء+م)



الربط بين معادلات الحركة في خط مستقيم والقانون الثاني لنيوتن

القانون الثاني لنيوتن : ك حـ = ق – م

معادلات الحركة : ① ع = ع. + حـ ن ② ع² = ع.² + ٢ حـ ف ③ ف = ع. ن + ½ حـ ن²

الخلاصة :-

① اذا كانت المسألة مباشرة نعوض في القانون الثاني بشكل مباشر مع مراعاة أن القوي بال نيوتن او الداين اثناء التعويض

② اذا اعطانا القوة والمقاومة وطلب السرعة او المسافة او الزمن توجد العجلة من القانون الثاني ونعوض في معادلات الحركة

③ اذا اعطانا السرعة والمسافة والزمن وطلب القوة او المقاومة نوجد العجلة من معادلات الحركة ونعوض في القانون الثاني

بعض التحويلات الهامة

① طن = ١٠٠٠ كجم ② كجم = ١٠٠٠ جم ③ كم = ١٠٠٠ متر

④ متر = ١٠٠ سم ⑤ كم/س = $\frac{5}{18}$ م/ث ⑥ ث . كجم = ٩٫٨ نيوتن

⑦ ث . جم = ٩٨٠ داين ⑧ ث . كجم = ١٠٠٠ ث . جم ⑨ نيوتن = ١٠⁵ داين

مثال ١ أثرت قوة مقدارها ١٠ نيوتن على جسم ساكن كتلته ٨ كجم موضوع علي مستوي املس، فحركته في اتجاهها بعجلة منتظمة، احسب المسافة المقطوعة بعد ١٢ث وسرعته عندئذ

الحل

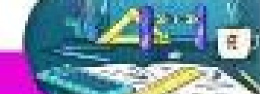
ق = ١٠ نيوتن ، ك = ٨ كجم ، حـ = ؟

ك حـ = ق ∴ ٨ حـ = ١٠ ∴ حـ = $\frac{5}{4}$ م/ث²

بالتعويض في معادلات الحركة لإيجاد المسافة : ع. = ٠ ، ن = ١٢ ث ، حـ = $\frac{5}{4}$ م/ث² ، ف = ؟

ف = ع. ن + ½ حـ ن² = ٠ + $\frac{1}{2}\times\frac{5}{4}\times$ ١٤٤ = ٩٠متر

تدريب ١ جسم ساكن كتلته ٨ كجم موضوع علي مستوي افقي املس ، اثرت عليه قوة افقية فحركته في اتجاهها مسافة ٢٤٥ م في ١٠ ثواني اوجد مقدار هذه القوة بالثقل كجم [٤ ث كجم]



الوهيدي في الرياضيات

الرياضيات التطبيقية للصف الثاني الثانوي

مثال ٢ سيارة كتلتها ١,٥ طن تسير علي طريق افقي فإذا بدأت حركتها من سكون وبلغت سرعتها ١٩,٦ م/ث في ٥ ثوان . اوجد المقاومة بالثقل كجم إذا كانت قوة محرك السيارة ٧٠٠ ث كجم

الحل

ع. = ٠ ، ع = ١٩,٦ م/ث ن = ٥ ث ، جـ = ؟ م/ث^2

ع = ع. + جـ ن ∴ ١٩,٦ = ٠ + ٥ جـ ∴ جـ = ٣,٩٢ م/ث^2

بالتعويض في القانون الثاني لإيجاد المقاومة:

ق = ٧٠٠ ث كجم ، ك = ١٥٠٠ كجم ، جـ = ٣,٩٢ م/ث^2

معادلة الحركة : ك جـ = ق – م

١٥٠٠ × ٣,٩٢ = ٧٠٠ × ٩,٨ – م

∴ م = ٧٠٠ × ٩,٨ – ١٥٠٠ × ٣,٩٢ = ٩٨٠ نيوتن ∴ م = ١٠٠ ث كجم

تدريب ٢ اثرت قوة افقية مقدارها ١ ث طن علي سيارة كتلتها ٤ طن تسير علي طريق افقي . فإذا بدأت حركتها من سكون وبلغت سرعتها ٤,٩ م/ث في ١٠ ثوان اوجد المقاومة [٨٠٠ ث كجم]

مثال ٣ اطلقت رصاصة كتلتها ١٠ جم علي جدار بسرعة ٨٠ م/ث فغاصت فيه مسافة ٥ سم ثم سكنت اوجد مقاومة الهدف .

الحل

ع. = ٨٠ م/ث ، ع = ٠ م/ث ف = ٥ سم ، جـ = ؟ م/ث^2

ع^2 = ع.^{2} + ٢ جـ ف

٠ = ٦٤٠٠ + ٢ جـ × ٠,٠٥ ∴ ٠,١ جـ = – ٦٤٠٠

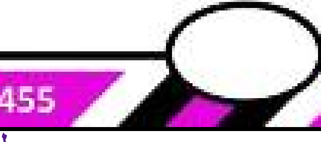
∴ جـ = – ٦٤٠٠٠ م/ث^2

معادلة الحركة : ك جـ = – م

١٠ × $\frac{١}{١٠٠٠}$ × – ٦٤٠٠٠ = – م

م = ٦٤٠ نيوتن م = ٦٥,٣ ثقل كجم

تدريب ٣ اطلقت رصاصة كتلتها ٢٠ جم علي حاجز خشبي بسرعة ٢٠٠ م/ث فغاصت فيه مسافة ٥٠ سم ثم سكنت اوجد مقاومة مادة الهدف بالنيوتن . [٨٠٠ نيوتن]





مثال ٤ سيارة كتلتها ٩,٨ طن تسير بسرعة منتظمة مقدارها ٦٣ كم/س اوقف سائقها المحرك فتوقفت بعد ان قطعت مسافة ٤٩ متر . اوجد مقدار قوة المقاومة مقدرة بالثقل كجم .

الحل

ع. = ٦٣ × = ١٧,٥ م/ث ، ع = ٠ م/ث ف = ٤٩ م ، جـ = ؟ م/ث^2

∵ ع^2 = ع.^{2} + ٢ جـ ف

∴ ٠ = (١٧,٥)^2 + ٢ × جـ × ٤٩ ∴ جـ = $\frac{-١٢٥}{٨}$ م/ث^2

معادلة الحركة : ك جـ = ــ م

ك = ٩,٨ × ١٠٠٠ = ٩٨٠٠ كجم

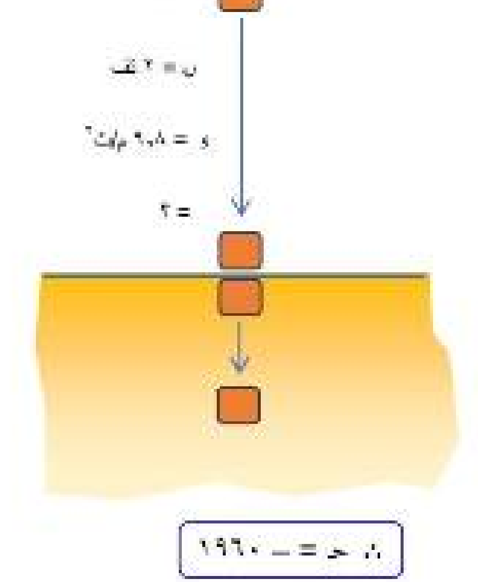
٩٨٠٠ × $\frac{-١٢٥}{٨}$ = ــ م

م = ١٥٣١٢٥ نيوتن م = ١٥٦٢٥ ثقل كجم

تدريب ٤ فصلت العربة الأخيرة من قطار سكة حديد وكتلتها ٢٤,٥ طناً، عندما كانت سرعتها ٥٤ كم/ س، فتحركت بتقصير منتظم وتوقفت بعد ١٢٥متراً، أوجد مقدار المقاومة التي أثرت على العربة المنفصلة بثقل الكيلوجرام [٢٢٥٠ ث كجم]

مثال ٥ سقط جسم كتلته ٣ كجم من ارتفاع ١٠ أمتار على أرض رملية فغاص فيها مسافة ٥سم، أوجد مقاومة الرمل للجسم بثقل الكيلو جرام بفرض ثبوتها علما بأن الجسم تحرك بعجلة منتظمة داخل الرمل

الحل



اولا مرحلة السقوط :-

ع. = ٠ م/ث ، ع = ؟ م/ث ف = ١٠ م ، ء = ٩,٨ م/ث^2

∵ ع^2 = ع.^{2} + ٢ ء ف

ع^2 = ٠ + ٢ × ٩,٨ × ١٠ = ١٩٦

∴ ع = ١٤ م/ث

ثانيا مرحلة الغوص في الرمل:-

ع. = ١٤ م/ث ، ع = ٠ م/ث ف = ٠,٠٥ م ، جـ = ؟ م/ث^2

∵ ع^2 = ع.^{2} + ٢ جـ ف

٠ = ١٩٦ + ٢ × جـ × ٠,٠٥ ∴ ٠,١ جـ = ــ ١٩٦٠ ∴ جـ = ــ ١٩٦٠



معادلة الحركة داخل الرمل :-

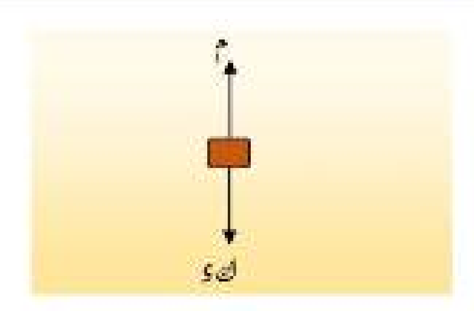
ك حـ = ك ء − م

٣ × − ١٩٦٠ = ٣ × ٩,٨ − م

−٥٨٨٠ = ٢٩,٤ − م

م = ٢٩,٤ + ٥٨٨٠ = ٥٩٠٩,٤ نيوتن

∴ م = ٦٠٣ ث كجم



تدريب ٥ سقط جسم كتلته ٢ كجم من ارتفاع ١٠ أمتار نحو أرض رملية، فغاص فيها مسافة ٥سم، احسب بثقل الكيلوجرام مقاومة الرمل بفرض ثبوتها [٤٠٢ ث كجم]

تمارين

[١] جسم كتلته ١٥٠ جم، أثرت عليه قوة مقدارها ٤٥٠٠ داين، أوجد العجلة الناتجة. [٣٠ سم/ث^{٢}]

[٢] كتلة مقدارها ٢٠ كجم موضوعة على مستوى أفقي أملس، أثرت عليها قوة أفقية مقدارها ق فحركتها بعجلة منتظمة مقدارها ٤٩ م/ث^{٢} ،أوجد ق [٩٨٠ نيوتن]

[٣] سيارة ساكنة كتلتها ٤,٩ طن، أثرت عليها قوة فأصبحت سرعتها ٢٧ كم/ س خلال دقيقة واحدة، أوجد القوة التي أثرت على السيارة بالثقل كجم [٦٢٥ ثقل كجم]

[٤] إذا كانت قوة آلة قاطرة تساوى ٢,٥ ث طن، وكانت كتلة القطار والقاطرة ٢٠٠ طن، وبدأ القطار يتحرك من السكون، أوجد سرعة القطار بعد نصف دقيقة بفرض اهمال المقاومات [٣,٦٧٥ م/ث]

[٥] أوجد قوة مقاومة الفرامل لحركة قطار مقدرة بثقل الكيلوجرام لكل طن من كتلته، إذا كانت سرعته ٧٢ كم/س وأوقفته الفرامل بعد أن قطع ٢٥٠ مترا، أوجد الزمن اللازم لذلك [٨٠٠ نيوتن ، ٢٥ م/ث]

[٦] دفع رجل سيارة ساكنة كتلتها ٩٨٠ كجم بقوة ثابتة، فأصبحت سرعتها ٤٥ سم/ث بعد ٥ ثوان، أوجد بثقل الكيلوجرام القوة التي دفع بها الرجل السيارة إذا كانت المقاومة ٥٠ ث كجم [٥٩ ث كجم]

[٧] أوجد القوة الأفقية التي تشد بها قاطرة قطار كتلته ٢٤٥طنا لتزيد سرعته إلى ١٨ كم/س بعد أن قطع مسافة كيلومتر واحد على طريق أفقية إذا كانت قوة المقاومة ٤ ث كجم/ طن [١٢٩٢,٥ ث كجم]

[٨] أثرت قوة أفقية ثابتة مقدارها ١ ث طن على سيارة كتلتها ٤ أطنان تسير على طريق أفقي، فإذا بدأت السيارة حركتها من السكون وبلغت سرعتها ٤,٩ م/ث في ١٠ ثوان، أوجد مقدار المقاومة التي أثرت على السيارة [٨٠٠ ث كجم]

[٩] رصاصة كتلتها ٢٠جراما اصطدمت بحاجز ثابت من الخشب عندما كانت سرعتها ٧٠٠ متر/ ثانية، فغاصت فيه مسافة ٥ سم. احسب بثقل الكيلوجرام مقاومة الخشب بفرض أنها ثابتة [١٠٠٠٠ ث كجم]

[١٠] سقط جسم كتلته ٣ كجم من ارتفاع ١٠ أمتار على أرض رملية فغاص فيها مسافة ٥سم، أوجد مقاومة الرمل للجسم بثقل الكيلو جرام بفرض ثبوتها علما بأن الجسم تحرك بعجلة منتظمة داخل الرمل [٦٠٣ ث كجم]

[١١] سقط جسم كتلته ٤٩ من ارتفاع ٤٠ سم على أرض رملية فغاص فيها مسافة ٢ سم، أوجد مقاومة الرمل للجسم بالثقل جرام بفرض ثبوتها علما بأن الجسم تحرك بعجلة منتظمة داخل الرمل [١٠٢٩ ث جرام]

[١٢] صندوق كتلته ١٠٠كجم، رفع رأسيا لأعلى بحبل بعجلة منتظمة قدرها ٢٥سم /ث ٢ أوجد قوة الشد في الحبل مع إهمال المقاومة [١٠٠٥ نيوتن]

[١٣] أوجد أقل عجلة ينزلق بها رجل كتلته ٧٥ كيلوجرام على حبل النجاة من الحريق إذا كان الحبل لا يتحمل شدا يزيد عن ٥٠ ثقل كيلوجرام ، ثم أوجد سرعة الرجل بعد أن يهبط ٣٠متر ا، علما بأن عجلة الحركة منتظمة [$\frac{٤٩}{١٥}$ ، ١٤ م/ث]



كيفية طباعة صفحات معينة من ملف معين

مثلا ازاى نطبع الصفحات من صفحة 4 الى صفحة 9



خطوة 1

خطوة 2 اختيار اسم الطابعة بتاعتك

خطوة 3 كتابة الصفحات المراد طباعتها نكتب رقم 4 ثم نكتب الشرطة دي - ثم نكتب 9

خطوة 4 اختيار نوع الورق

خطوة 5 اختيار A4

خطوة 6